九十八學年度四技二專統一入學測驗
數學 (B) 試題

1. 已知 A(－4 , 4)與 B(a , b)為坐標平面之兩點，且點 C(－1, 1)位在線段 $\overline{AB}$ 上，又 $3\overline{BC}=2\overline{AC}$，則點 B 之坐標為何？
(A)$(\frac{2}{3},-\frac{2}{3})$　(B)$(\frac{3}{4},-\frac{3}{4})$　(C)$(\frac{4}{5},-\frac{4}{5})$　(D)(1 ,－1)。

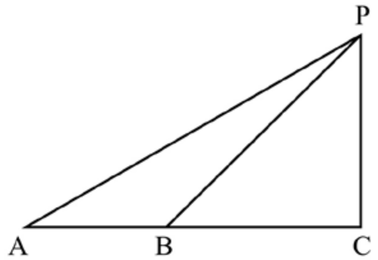
2. 已知 θ 為銳角，且 $\sin\theta>\cos\theta$。若 $\sin\theta+\cos\theta=\frac{\sqrt{17}}{3}$，則 $\sin\theta-\cos\theta$ ＝？
(A)$\frac{1}{9}$　(B)$\frac{2}{9}$　(C)$\frac{1}{3}$　(D)$\frac{4}{9}$。

3. 試問下列各函數值，何者與 $\cos 800^\circ$ 的函數值相同？
(A)$\sin 100^\circ$　(B)$\sin(-80^\circ)$　(C)$\cos 100^\circ$　(D)$\cos(-80^\circ)$。

4. 設 θ 為銳角，則 $\frac{\cos(-\theta)}{\sin(360^\circ+\theta)}+\frac{\tan(180^\circ+\theta)}{\cot(270^\circ+\theta)}-\frac{\sin(270^\circ-\theta)}{\cos(90^\circ+\theta)}=$ ？
(A)－3　(B)－1　(C)1　(D)3。

5. 已知△ABC 中 $\overline{AB}=8$，$\angle B=45^\circ$，$\angle C=60^\circ$，則 $\overline{BC}=$ ？
(A)$\frac{4\sqrt{6}}{3}+4\sqrt{2}$　(B)$\frac{4\sqrt{6}}{3}-4\sqrt{2}$　(C)$\frac{\sqrt{6}}{3}+4\sqrt{2}$　(D)$\frac{\sqrt{6}}{3}-4\sqrt{2}$。

6. 甲生於地面 A 點處，測得某一個山頂 P 點之仰角為 30°，若甲生朝山頂正下方的山腳 C 點方向，直線向前走 1000 公尺後到達 B 點(如圖(一))，再測得此山頂 P 點之仰角為 45°，則此山的高度為何？
(A)$500(\sqrt{3}+1)$公尺　(B)$500(\sqrt{3}+2)$公尺
(C)$250(\sqrt{3}+3)$公尺　(D)$250(\sqrt{3}+4)$公尺。



圖(一)

7. 已知方程式 $2x^2-30x+k=0$ 的兩根為連續自然數，則k＝？
(A)106　(B)108　(C)110　(D)112。

8. 設x^2-5x+6為多項式x^3-3x^2+cx+d的因式，則$(c, d)=$？
(A)$(-3, 8)$ (B)$(-4, 12)$ (C)$(-5, 10)$ (D)$(-6, 8)$。

9. 設a, b, c均為異於1的正數，且滿足$abc=1$，則$\log_a b+\log_a c+\log_b c+\log_b a+\log_c b+\log_c a$之值為何？
(A)3 (B)1 (C)-3 (D)-6。

10. 設$4^{x+2}=(\frac{1}{4})^{3x-6}$，則$x=$？
(A)1 (B)2 (C)3 (D)4。

11. 在坐標平面上，已知$x\geqq 0$，$y\geqq 0$，且$x+2y\leqq 7$，$3x+y\leqq 6$，則$x+y$之最大值為何？
(A)7 (B)6 (C)5 (D)4。

12. 在坐標平面上，若兩平行線$2x+4y=k$與$-x-2y=4$的距離為$\sqrt{20}$，且$k>0$，則$k=$？
(A)8 (B)10 (C)12 (D)28。

13. 在坐標平面上，若兩直線L_1：$my=2x+1$與L_2：$2y=3x+1$互相垂直，則$m=$？
(A)$-\frac{3}{4}$ (B)-3 (C)$-\frac{4}{3}$ (D)-1。

14. 在坐標平面上，若圓$x^2+4x+y^2-6y+k=0$與x軸相切，則$k=$？
(A)-6 (B)-2 (C)4 (D)8。

15. 若a, b為方程式$\begin{vmatrix} x^2 & 9 & 5 \\ 1+2x & 7 & 2 \\ x & 3 & 1 \end{vmatrix}=0$的二根，則$a^2+b^2=$？
(A)9 (B)11 (C)13 (D)15。

16. 若無窮等比級數$x+2x^2+4x^3+8x^4+....=\frac{2}{3}$，則$x=$？
(A)$\frac{2}{7}$ (B)$\frac{1}{2}$ (C)$\frac{1}{3}$ (D)$\frac{3}{5}$。

17. 若數列$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$的第n項$a_n=\frac{2n}{3}$，則$a_1+a_2+a_3+\dots+a_{20}$之值為何？
(A)106 (B)$\frac{320}{3}$ (C)$\frac{520}{3}$ (D)140。

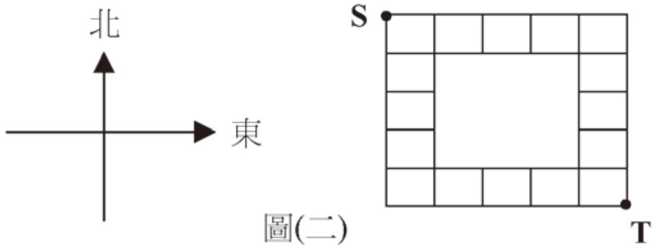
18. 在坐標平面上，若△ABC三頂點坐標分別為$A(4, 5)$，$B(5, -2)$，$C(1, 1)$，則$\angle A=$？
(A)45° (B)60° (C)120° (D)135°。

19. 設 $\vec{a}=(2,3)$，$\vec{b}=(-3,5)$，與 $\vec{c}=(-1,k)$ 是平面上三個向量，且「‧」表示二個向量的內積。若 $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c})=17$，則 $k=$？

(A)10　(B)11　(C)12　(D)13。

20. 有一個地區街道線段如圖(二)，現在甲君擬從點 S 走到點 T；如果規定甲君必須沿著街道向東或向南行走，則會有多少種不同路線的走法？

(A)44　(B)52　(C)74　(D)95。



圖(二)

21. 已知有一個以 1 為首項的等比數列：$1, (a+b), (a+b)^2, (a+b)^3, \ldots$，則此數列的第幾項之展開式中含有 $35a^4b^3$？

(A)第 6 項　(B)第 7 項　(C)第 8 項　(D)第 9 項。

22. 袋中有大小完全相同的 10 個球，其中 6 個紅球、4 個綠球。假設每一個球被取出的機會均等，現在從袋中任意取出 3 個球(同時取出)，並規定：取出之 3 個球中，恰好出現一個綠球之彩金為 10 元，恰好出現二個綠球之彩金為 20 元，三個都是綠球之彩金為 30 元時，則期望值為何？

(A)4 元　(B)6 元　(C)8 元　(D)12 元。

23. 含甲、乙等共有 10 人，今從中任選 3 人參加比賽。假設每人被選出的機會均等，則甲與乙二人同時被選出參賽的機率為何？

(A) $\frac{1}{15}$　(B) $\frac{2}{15}$　(C) $\frac{3}{15}$　(D) $\frac{4}{15}$。

24. 已知有 10 個數據為：10 , 40 , 40 , 50 , 65 , 75 , 100 , 90 , 80 及 x。若它們的中位數為 60，則 $x=$？

(A)50　(B)55　(C)60　(D)65。

25. 已知有四組數據，分別列述如下，那一組的標準差最小？

(A)5 , 6 , 7 , 8 , 9 , 10　(B)20 , 20 , 20 , 20 , 20 , 20

(C)1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6　(D)5 , 25 , 10 , 25 , 5 , 5。

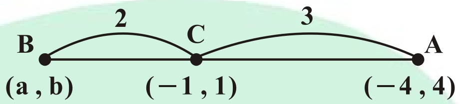
九十八學年度四技二專統一入學測驗
數學 (B) 試題詳解

【解答】

1.(D) 2.(C) 3.(D) 4.(B) 5.(A) 6.(A) 7.(D) 8.(B) 9.(C) 10.(A)
11.(D) 12.(C) 13.(B) 14.(C) 15.(C) 16.(A) 17.(D) 18.(A) 19.(A) 20.(B)
21.(C) 22.(D) 23.(A) 24.(B) 25.(B)

【詳解】

1. $3\overline{BC}=2\overline{AC}\Rightarrow\overline{BC}:\overline{AC}=2:3\Rightarrow$



$$\begin{cases}-1=\dfrac{3a+2(-4)}{2+3}\Rightarrow 3a-8=-5\Rightarrow a=1\\[2ex] 1=\dfrac{3b+2\cdot 4}{2+3}\Rightarrow 3b+8=5\Rightarrow b=-1\end{cases}$$

故 B(1 , −1)

2. $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{\sqrt{17}}{3}\Rightarrow$平方：$1+2\sin\theta\cdot\cos\theta=\dfrac{17}{9}\Rightarrow 2\sin\theta\cdot\cos\theta=\dfrac{8}{9}$

$$\begin{aligned}(\sin\theta-\cos\theta)^2&=1-2\sin\theta\cdot\cos\theta\\&=1-\frac{8}{9}\\&=\frac{1}{9}\end{aligned}$$

故$\sin\theta-\cos\theta=\dfrac{1}{3}$($\because\sin\theta>\cos\theta$)

3. $\cos 800^\circ=\cos 80^\circ=\sin 10^\circ$

(A)$\sin 100^\circ=\sin(180^\circ-80^\circ)=\sin 80^\circ$

(B)$\sin(-80^\circ)=-\sin 80^\circ$

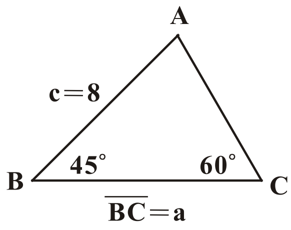
(C)$\cos 100^\circ=\cos(180^\circ-80^\circ)=-\cos 80^\circ$

(D)$\cos(-80^\circ)=\cos 80^\circ$，故選(D)

4. 原式$=\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}+\dfrac{\tan\theta}{-\tan\theta}-\dfrac{-\cos\theta}{-\sin\theta}$

$=\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}-1-\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}=-1$

5. 利用正弦定理

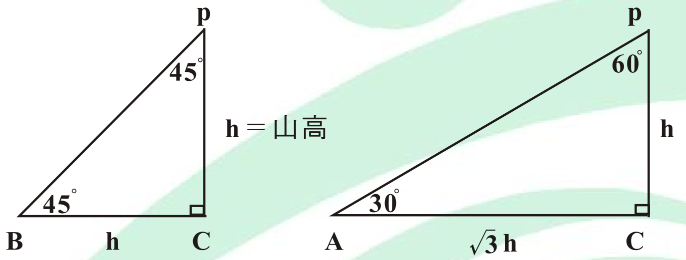


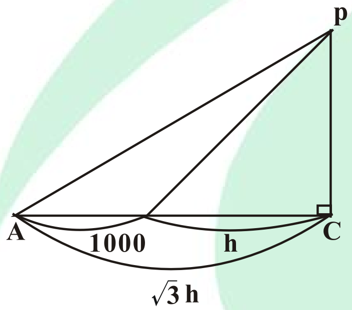
$\Rightarrow \dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{c}{\sin C} \quad \Rightarrow \dfrac{a}{\sin 75^\circ}=\dfrac{8}{\sin 60^\circ}$

$\Rightarrow \dfrac{a}{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}}=\dfrac{8}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \quad \Rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2}a=2(\sqrt{6}+\sqrt{2})$

$\Rightarrow a=\dfrac{2\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}+\dfrac{2\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{4\sqrt{6}}{\sqrt{3}}+\dfrac{4\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=4\sqrt{2}+\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$

6.





$\overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}$

$\Rightarrow \sqrt{3}\,h=1000+h$

$\Rightarrow (\sqrt{3}-1)h=1000$

$\Rightarrow h=\dfrac{1000}{\sqrt{3}-1}=500(\sqrt{3}+1)$(公尺)

7. 令兩根為α，$\alpha+1$

(1)二根和＝$\alpha+(\alpha+1)=2\alpha+1=15\Rightarrow \alpha=7$

(2)二根積＝$\alpha(\alpha+1)=\dfrac{k}{2}\Rightarrow \dfrac{k}{2}=7(7+1)\Rightarrow k=112$

8. 因式＝$(x-2)(x-3)$

①$f(2)=0\Rightarrow 8-12+2c+d=0\Rightarrow 2c+d=4$

②$f(3)=0\Rightarrow 27-27+3c+d=0\Rightarrow 3c+d=0$

由②－①$\Rightarrow c=-4$，$d=12$

9. $abc=1$

原式 $=\log_a bc+\log_b ca+\log_c ba$

$=\log_a \dfrac{1}{a}+\log_b \dfrac{1}{b}+\log_c \dfrac{1}{c}$

$=\log_a a^{-1}+\log_b b^{-1}+\log_c c^{-1}$

$=(-1)+(-1)+(-1)$

$=-3$

10. 原式 $\Rightarrow 4^{x+2}=(4^{-1})^{3x-6}$

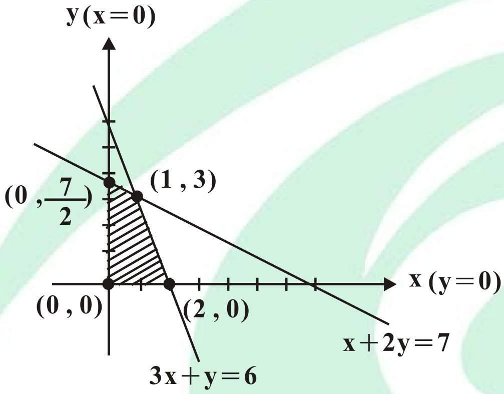
$\Rightarrow 4^{x+2}=4^{-3x+6}$

$\Rightarrow x+2=-3x+6$

$\Rightarrow 4x=4$

$\Rightarrow x=1$

11.



$f(x , y)=x+y$

$f(0 , 0)=0$

$f(0 , \dfrac{7}{2})=\dfrac{7}{2}$

$f(2 , 0)=2$

$f(1 , 3)=4$…最大值

12. $\begin{cases} 2x+4y=k \\ -x-2y=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 2x+4y=k \\ 2x+4y=-8 \end{matrix}$

d(平行線) $=\sqrt{20}$

$\Rightarrow \dfrac{|k-(-8)|}{\sqrt{2^2+4^2}}=\sqrt{20}$ $\Rightarrow |k+8|=20$ $\Rightarrow k+8=\pm 20$

$\Rightarrow k=12$ or $k=-28$(不合，$\because k>0$)

13. L_1：$my=2x+1$ $\Rightarrow 2x-my+1=0$ $\Rightarrow$ 斜率 $m_1=-\dfrac{2}{-m}=\dfrac{2}{m}$

L_2：$2y=3x+1$ $\Rightarrow 2x-2y+1=0$ $\Rightarrow$ 斜率 $m_2=-\dfrac{3}{-2}=\dfrac{3}{2}$

$L_1\perp L_2 \Rightarrow m_1\cdot m_2=-1$ $\Rightarrow \dfrac{2}{m}\cdot\dfrac{3}{2}=-1 \Rightarrow m=-3$

14. 圓心 $(-2 , 3)$，$r=\dfrac{1}{2}\sqrt{4^2+(-6)^2-4\cdot k}=\sqrt{13-k}$

$\therefore$ 與 x 軸相切 $\Rightarrow r=3$ $\Rightarrow \sqrt{13-k}=3 \Rightarrow 13-k=9 \Rightarrow k=4$

15. 原式$\Rightarrow 7x^2+18x+15+30x\cdot 35x-9-18x-6x^2=0$

$\Rightarrow x^2-5x+6=0$

$\Rightarrow (x-2)(x-3)=0$

$\Rightarrow x=2$ or $x=3$

$\Rightarrow a^2+b^2=13$

16. $a_1=x$，$r=2x$

原式$\Rightarrow \dfrac{x}{1-2x}=\dfrac{2}{3}\Rightarrow 3x=2-4x\Rightarrow 7x=2\Rightarrow x=\dfrac{2}{7}$

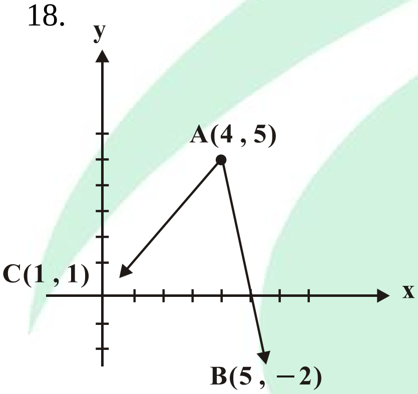
17. $a_1+a_2+\cdots\cdots a_{20}$

$=\dfrac{2}{3}(1+2+\cdots\cdots+20)$

$=\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{20(1+20)}{2}$

$=140$

18.



$\overrightarrow{AC}=\langle -3,\ -4\rangle\Rightarrow|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{(-3)^2+(-4)^2}=5$

$\overrightarrow{AB}=\langle 1,\ -7\rangle\Rightarrow|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{1^2+(-7)^2}=5\sqrt{2}$

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AC}|\cdot|\overrightarrow{AC}|\cdot\cos A$

$\Rightarrow(-3)\cdot 1+(-4)(-7)=5\cdot 5\sqrt{2}\cdot\cos A$

$\Rightarrow\cos A=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow\angle A=45^\circ$

19. $\vec{a}+\vec{b}=\langle 2,3\rangle+\langle -3,5\rangle=\langle -1,8\rangle$

$\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c}=\langle 2,3\rangle-2\langle -3,5\rangle+\langle -1,k\rangle=\langle 7,k-7\rangle$

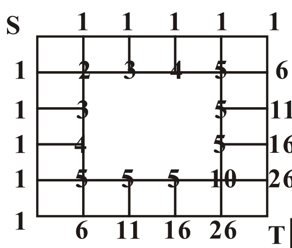
$(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c})=17$

$\Rightarrow(-1)\cdot 7+8(k-7)=17$

$\Rightarrow 8k-63=17$

$\Rightarrow k=10$

20.



ANS **52**

21. $\underset{\text{第 1 項}}{\underline{1}}$，$\underset{\text{第 2 項}}{\underline{(a+b)}}$，$\underset{\text{第 3 項}}{\underline{(a+b)^2}}$，……$\underset{\text{第 8 項}}{\underline{(a+b)^7}}$

展開式中含有 $35a^4 \cdot b^3$

22. 1 綠 2 紅 or 2 綠 1 紅 or 3 綠

$$\text{期望值}=\frac{C_1^4 \cdot C_2^6}{C_3^{10}}\times 10+\frac{C_2^4 \cdot C_1^6}{C_3^{10}}\times 20+\frac{C_3^4}{C_3^{10}}\times 30$$

$$=\frac{60}{120}\times 10+\frac{36}{120}\times 20+\frac{4}{120}\times 30$$

$$=\frac{1440}{120}$$

$=12$(元)

23. 甲乙皆為內定選手，故從剩下的 8 人選出一人搭配甲乙即有 3 位選手

$$\Rightarrow P=\frac{C_1^8}{C_3^{10}}=\frac{1}{15}$$

24. 中位數為 60

故：$10、40、40、50、\underbrace{x、65}_{Me=60}、75、80、90、100$

$$\Rightarrow \frac{x+65}{2}=60$$

$\Rightarrow x+65=120$

$\Rightarrow x=55$

25. 標準差$\geqq 0$

(B)選項資料群皆為 20，故標準差$=0$…最小