

114 學年度四技二專統一入學測驗

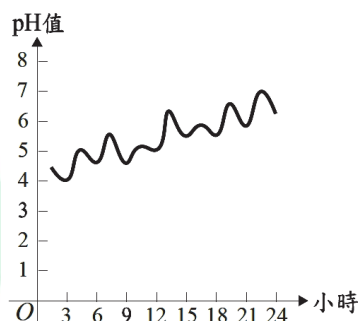
數學 (C) 試題

數學(C)參考公式

1. 已知 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 為坐標平面上兩點，點 P 是 $\overline{AB}$ 上一點。若 $\overline{AP} : \overline{BP} = m : n$ ，則 $P(\frac{nx_1+mx_2}{m+n}, \frac{ny_1+my_2}{m+n})$
2. $\triangle ABC$ 的面積 $= \frac{1}{2} ab \sin C$
3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ ， R 為 $\triangle ABC$ 外接圓的半徑
4. $\triangle ABC$ 的餘弦定理： $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$
5. 拋物線方程式 $(y-k)^2 = 4c(x-h)$ ，其中頂點為 (h, k) ，焦點為 $(h+c, k)$ ，準線為 $x = h-c$ ，正焦弦長為 $4|c|$
6. 若 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 為空間中兩非零向量，則 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的正射影為 $(\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2}) \vec{b}$

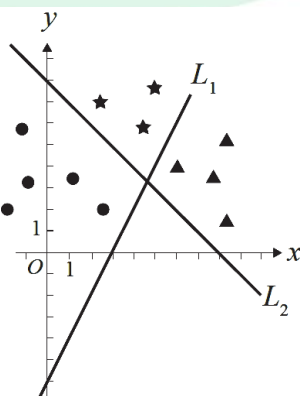
1. 已知 $i = \sqrt{-1}$ 。若將 $(1+2i)(2-i)$ 化成 $a+bi$ 之形式，其中 a 、 b 為實數，則 $a+b = ?$
(A) -2 (B) 0 (C) 4 (D) 7。
2. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 為直角，試問下列敘述何者正確？
(A) $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{BC}$ (B) $|\vec{AB}| + |\vec{AC}| = |\vec{BC}|$
(C) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$ (D) $|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| = 0$ 。
3. 下列何者可為函數 $f(x) = x^3 + 2x - 5$ 的反導函數？
(A) $\frac{x^4}{4} + 2x^2 - 5x$ (B) $\frac{x^4}{4} + 2x^2 - 5$
(C) $\frac{x^4}{4} + x^2 - 5x - 3$ (D) $\frac{x^4}{4} + x^2 - 5$ 。
4. 試求 $\tan 2025^\circ + \sec 2025^\circ = ?$
(A) $-1 - \sqrt{2}$ (B) $1 - \sqrt{2}$ (C) $-1 + \sqrt{2}$ (D) $1 + \sqrt{2}$ 。
5. 若 $3 + 2\sqrt{2} = \frac{a}{\sqrt{2}-1} + b(\sqrt{2}-1)$ ，其中 a 、 b 為有理數，則 $a^2 - b^2 = ?$
(A) 6 (B) 5 (C) $\frac{49}{4}$ (D) $\frac{23}{4}$ 。

6. 溶液酸鹼度的公式為 $\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$ ，其中 $[\text{H}^+]$ 為溶液中的氫離子濃度(單位：莫耳／升)。圖(一)為雨季中某日 24 小時內酸雨檢測站雨水 pH 值與時間之圖形。若當日檢測到氫離子濃度最小值為 a ，則當日氫離子濃度最大值約為多少？
- (A) $1.5a$ (B) $3a$ (C) $100a$ (D) $1000a$ 。



圖(一)

7. 若數列 $-2, a, b, 7$ 成等差數列，且數列 a, b, p, q 成等比數列，則 $p+q=$ ？
 (A) 60 (B) 70 (C) 80 (D) 90。
8. 試問點 $(\sin 155^\circ - \sin 55^\circ, \cos 222^\circ - \cos 122^\circ)$ 在第幾象限？
 (A) 一 (B) 二 (C) 三 (D) 四。
9. 已知 k 為實數，且一元二次方程式 $x^2 + kx = k - 3$ 有兩個共軛虛根。若 k 之解的範圍為區間 (a, b) ，則 $b - a =$ ？
 (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10。
10. 已知在坐標平面上有多筆物件資料，今將其分成三類，分別以 $\blacktriangle$ 、 $\bullet$ 、 $\star$ 表示。若利用兩條直線 $L_1: 2x - y = 6$ 與 $L_2: x + y = 8$ 切割分辨出三類物件資料所屬不同區域，如圖(二)所示，則下列哪一組不等式包含 $\star$ 類所在的區域？
- (A) $\begin{cases} 2x - y \geq 6 \\ x + y \leq 8 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} 2x - y \leq 6 \\ x + y \geq 8 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} 2x - y \geq 6 \\ x + y \geq 8 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} 2x - y \leq 6 \\ x + y \leq 8 \end{cases}$ 。



圖(二)

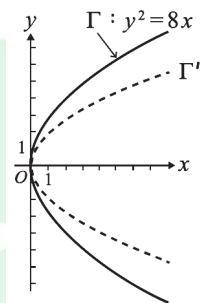
11. 茗茗幫家裡設計一款拋物線造型的裝飾品，在設計圖的坐標平面上，畫出此拋物線為 $\Gamma: y^2 = 8x$ ，如圖(三)中的實線。但大家討論後認為 Γ 開口太大，建議保持 Γ 的頂點不變且仍維持拋物線造型，並調整開口如圖(三)中的虛線 Γ' 。若 Γ' 的正焦弦長為 4 單位長，則下列有關 Γ' 的敘述何者正確？

(A) 焦點坐標為 $(1, 0)$

(B) 方程式為 $y^2 = 6x$

(C) 焦距為 2

(D) 準線為 $x = -2$ 。



圖(三)

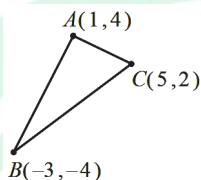
12. 試問函數 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ 在下列哪個區間內為遞增？
 (A) $(-2, 1)$ (B) $(-1, 2)$ (C) $(-\infty, 1)$ (D) $(2, \infty)$ 。
13. 若 $x=a, y=b$ 為聯立方程組 $\begin{cases} 3x+4y=114 \\ 4x+5y=2025 \end{cases}$ 的解，則 $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = ?$
 (A) $\begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 114 \\ 2025 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 114 \\ 2025 \end{bmatrix}$
 (C) $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 114 \\ 2025 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} -5 & -4 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 114 \\ 2025 \end{bmatrix}$ 。
14. 從 1 到 9 中取出兩個相異的奇數及兩個相異的偶數排成一個四位數。若要求兩個奇數不相鄰且兩個偶數也不相鄰，則滿足此條件的四位數共有幾個？
 (A) 120 (B) 480 (C) 720 (D) 800。
15. 已知 A 為 $3 \times n$ 階矩陣、 B 為 $k \times 4$ 階矩陣，試問下列敘述何者正確？
 (A) 若 AB 有意義，則 $n=k$ (B) 若 $A+B$ 有意義，則 $n=k$
 (C) 若 AB 有意義，則 $n=3$ 且 $k=4$ (D) 若 $A+B$ 有意義，則 $n=3$ 且 $k=4$ 。

16. 在某金屬容器中放置質量 1 公克的放射性物質 A。經過 x 年後，該容器中的物質 A 質量剩下 $f(x)$ 公克。已知 $f(x)$ 滿足關係式： $f(x)=a^x$ ，其中 $a>0$ 、 $a\neq 1$ ，且經過 T 年後，物質 A 質量剩下 $\frac{1}{2}$ 公克，試問下列敘述何者正確？

- (A) 經過 $4T$ 年後，物質 A 所剩質量大於 $\frac{1}{10}$ 公克
 (B) 經過 $6T$ 年後，物質 A 所剩質量大於 $\frac{1}{50}$ 公克
 (C) 經過 $8T$ 年後，物質 A 所剩質量少於 $\frac{1}{500}$ 公克
 (D) 經過 $10T$ 年後，物質 A 所剩質量少於 $\frac{1}{1000}$ 公克。

17. 已知坐標平面上三點 $A(1, 4)$ 、 $B(-3, -4)$ 、 $C(5, 2)$ 形成一個直角三角形，如圖(四)所示，試問下列何者為 $\triangle ABC$ 的外接圓方程式？

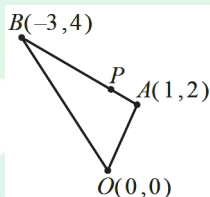
- (A) $(x+1)^2+y^2=20$ (B) $(x+1)^2+y^2=25$
 (C) $(x-1)^2+(y+1)^2=20$ (D) $(x-1)^2+(y+1)^2=25$ 。



圖(四)

18. 已知坐標平面上四點 $O, P, A(1, 2), B(-3, 4)$ ，其中 O 為原點，且點 P 在線段 $\overline{AB}$ 上，如圖(五)所示。若 $\triangle OAP$ 的面積： $\triangle OBP$ 的面積 = $2:7$ ，則點 P 的坐標為何？

- (A) $(\frac{1}{9}, \frac{22}{9})$ (B) $(\frac{-19}{9}, \frac{32}{9})$ (C) $(\frac{-23}{5}, \frac{24}{5})$ (D) $(\frac{13}{5}, \frac{6}{5})$ 。

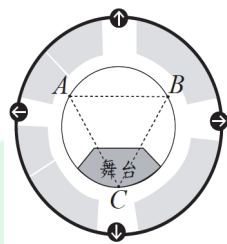


圖(五)

19. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=2$ 且 $\angle C=60^\circ$ 。若 $\overline{AC}:\overline{BC}=1:3$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為何？

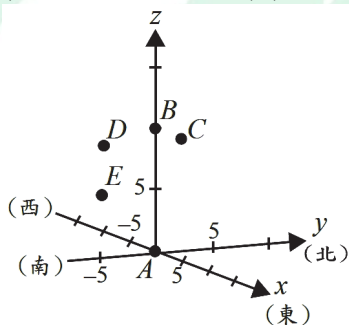
- (A) $\frac{2\sqrt{3}}{7}$ (B) $\frac{3\sqrt{3}}{7}$ (C) $\frac{4\sqrt{3}}{7}$ (D) $\frac{5\sqrt{3}}{7}$ 。

20. 某攝影師參觀一棟圓樓建築，從地面上兩個不同位置點 A、B 拍攝一樓圓型展演劇場舞台上位於 C 點的擺飾，如圖(六)所示。已知 A、B、C 三點所在之圓的半徑為 10 公尺，且 $\angle ACB = 60^\circ$ ，則 A、B 兩點的距離為多少公尺？
 (A) $5\sqrt{3}$ (B) 10 (C) $10\sqrt{3}$ (D) 20。

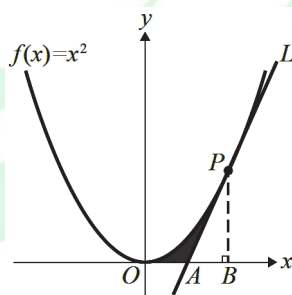


圖(六)

21. 已知 L 是坐標平面上通過點 $(1, -1)$ 的直線，且其 x 截距為 a，試問下列敘述何者正確？
 (A) 若 L 的 y 截距為正，則 $0 < a < 1$ (B) 若 L 的 y 截距為負，則 $a < -1$
 (C) 若 L 的斜率為正，則 $a > 2$ (D) 若 L 的斜率為負，則 $a < 0$ 。
22. 小華遙控一台空拍機。今空拍機從點 A 出發，首先垂直上升 10 公尺(至點 B)，往東飛了 5 公尺(至點 C)，再往南飛 7 公尺(至點 D)，然後下降 4 公尺到達點 E，如圖(七)所示。試問此時空拍機和原出發點間的距離約為多少公尺？
 (A) $\sqrt{74}$ (B) $\sqrt{110}$ (C) $\sqrt{174}$ (D) $\sqrt{270}$ 。



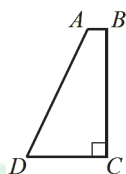
圖(七)



圖(八)

23. 已知直線 L 為函數 $f(x) = x^2$ 圖形在 $P(4, 16)$ 的切線，A 點為 L 與 x 軸交點，且 B 點為 P 點在 x 軸上的投影點，如圖(八)所示。試問 $f(x)$ 的圖形與 x 軸及直線 L 所圍成陰影區域之面積為多少平方單位？
 (A) $\frac{10}{3}$ (B) $\frac{11}{3}$ (C) $\frac{14}{3}$ (D) $\frac{16}{3}$ 。

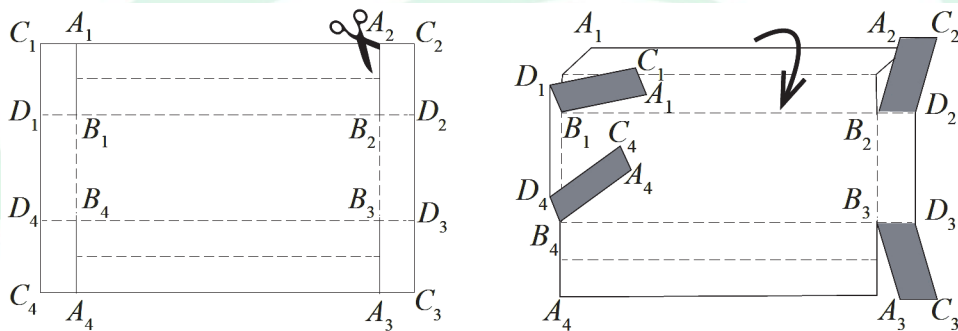
24. 已知空間中一梯形 $ABCD$ ， $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 平行，且 $\overline{BC}$ 與 $\overline{CD}$ 垂直，其中三個頂點坐標分別為 $A(4, -3, -2)$ 、 $C(3, 0, 2)$ 、 $D(1, 1, 0)$ ，如圖(九)所示，試求 $\overline{AB} = ?$
- (A) 1 (B) $\frac{5}{3}$ (C) 2 (D) $\frac{7}{3}$ 。



圖(九)

25. 芳芳用一張長度為 3 尺、寬度為 2 尺的紙板設計紙盒，從長度為 3 尺的兩邊 A_i 點剪至 B_i 點，再將 A_i 點對折至 B_i 點，並將長方形 $A_i B_i D_i C_i$ 插入內部以固定紙盒，其中 $i=1, 2, 3, 4$ ，作法如圖(十)所示。設 $\overline{B_i D_i} = a$ 尺，且 $\overline{A_i B_i} = 2a$ 尺， $i=1, 2, 3, 4$ 。若摺出的紙盒有最大體積，則 $a = ?$

- (A) $\frac{3-\sqrt{7}}{6}$ (B) $\frac{4-\sqrt{7}}{6}$ (C) $\frac{5-\sqrt{7}}{12}$ (D) $\frac{6-\sqrt{7}}{12}$ 。



圖(十)

數學(C)－【解答】

- 1.(D) 2.(C) 3.(C) 4.(B) 5.(A) 6.(D) 7.(C) 8.(C) 9.(C) 10.(B)
 11.(A) 12.(D) 13.(B) 14.(B) 15.(A) 16.(D) 17.(D) 18.(A) 19.(B) 20.(C)
 21.(A) 22.(B) 23.(D) 24.(A) 25.(B)

114 學年度四技二專統一入學測驗

數學 (C) 試題詳解

- 1.(D) 2.(C) 3.(C) 4.(B) 5.(A) 6.(D) 7.(C) 8.(C) 9.(C) 10.(B)
 11.(A) 12.(D) 13.(B) 14.(B) 15.(A) 16.(D) 17.(D) 18.(A) 19.(B) 20.(C)
 21.(A) 22.(B) 23.(D) 24.(A) 25.(B)

- $(1+2i)(2-i)=2-2i^2+4i-i=4+3i=a+bi$, $a+b=4+3=7$
- 若 $\angle A=90^\circ$, $(C) \vec{AB} \cdot \vec{AC} = |\vec{AB}| |\vec{AC}| \cos 90^\circ = 0$
- 反導函數表積分 $\Rightarrow \int (x^3+2x-5)dx = \frac{1}{4}x^4+x^2-5x+c$
- $$\left. \begin{aligned} \tan 2025^\circ &= \tan(2025^\circ - 360^\circ \times 5) \\ &= \tan 225^\circ = \tan(180^\circ + 45^\circ) = +\tan 45^\circ = +1 \\ \sec 2025^\circ &= \sec 225^\circ = \sec(180^\circ + 45^\circ) = -\sec 45^\circ = -\sqrt{2} \end{aligned} \right\} \text{原式} = 1 - \sqrt{2}$$
- $$\frac{a}{\sqrt{2}-1} = \frac{a(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{2}^2-1^2} = a(\sqrt{2}+1)$$

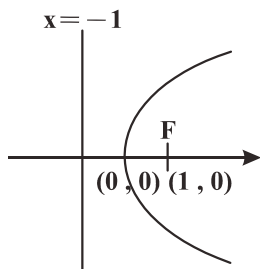
$$\Rightarrow 3+2\sqrt{2} = a \times \sqrt{2} + a+b \times \sqrt{2} - b = (a+b)\sqrt{2} + (a-b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-b=3 \\ a+b=2 \end{cases} \quad a^2-b^2=(a-b)(a+b)=3 \times 2=6$$
- 如圖：pH 值最高為 7，最低為 4
 $\Rightarrow 7 = -\log[H^+] \Rightarrow [H^+] = 10^{-7} = a$
 $4 = -\log[H^+] \Rightarrow [H^+] = 10^{-4} = 10^3 \times 10^{-7} = 1000a$
- $-2, a, b, 7$ 成等差，公差 d
 $\Rightarrow 7 = -2 + 3d \Rightarrow d = 3 \Rightarrow a = -2 + 3 = 1, b = 1 + 3 = 4$
 又 a, b, p, q 成等比，公比 $r = \frac{b}{a} = \frac{4}{1} = 4$
 $\Rightarrow p+q = ar^2 + ar^3 = 1 \times 4^2 + 1 \times 4^3 = 80$
- $\sin 155^\circ = \sin(180^\circ - 25^\circ) = +\sin 25^\circ \therefore \sin 155^\circ - \sin 55^\circ = \sin 25^\circ - \sin 55^\circ < 0$

$$\begin{cases} \cos 222^\circ = \cos(270^\circ - 48^\circ) = -\sin 48^\circ \\ \cos 122^\circ = \cos(90^\circ + 32^\circ) = -\sin 32^\circ \end{cases} \quad \sin 48^\circ > \sin 32^\circ \Rightarrow -\sin 48^\circ < -\sin 32^\circ$$

 $\Rightarrow \cos 222^\circ - \cos 122^\circ = -\sin 48^\circ - (-\sin 32^\circ) < 0 \therefore (-, -) \in \text{III}$
- $x^2+kx+(3-k)=0$ 判別式 $=k^2-4(3-k)<0 \Rightarrow k^2+4k-12<0$
 $\Rightarrow (k+6)(k-2)<0 \Rightarrow -6<k<2 \Rightarrow b=2, a=-6, b-a=2-(-6)=8$
- ★在 L_1 的左側 $\Rightarrow 2x-y \leq 6$ ★在 L_2 的右側 $\Rightarrow x+y \geq 8$

11. 正焦弦長 $4|c|=4 \Rightarrow |c|=1$ ，開口向右 $\Rightarrow c=1$ ，又頂點同 $y^2=8x$ 為 $(0, 0)$
 $\therefore$ 方程式 $\Rightarrow y^2=4x$ ，焦距 $|c|=1 \Rightarrow$ 焦點 $(1, 0)$ ，準線 $x=-1$



12. $f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 6(x^2 - x - 2) = 6(x-2)(x+1)$ ，

遞增則 $f'(x) > 0 \Rightarrow 6(x-2)(x+1) > 0$

$\Rightarrow x > 2$ 或 $x < -1 \Rightarrow (-\infty, -1) \cup (2, \infty)$

13.
$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 114 \\ 2025 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 114 \\ 2025 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \frac{1}{15-16} \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 114 \\ 2025 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 114 \\ 2025 \end{bmatrix}$$

14. 奇：1, 3, 5, 7, 9 偶₁ 奇₁ 偶₂ 奇₂ 或 奇₁ 偶₁ 奇₂ 偶₂
 偶：2, 4, 6, 8 (一) (二)

(一)或(二) 偶互換
 $\Rightarrow C_2^5 C_2^4 \times 2 \times 2! \times 2! = 480$
 奇互換

15. $[A]_{3 \times n} \times [B]_{k \times 4}$ 當 $n=k$ 時 $[A]_{3 \times n} \times [B]_{n \times 4} = [C]_{3 \times 4}$ ，而 $A+B$ 必需同大小才能相加
 (即 $n=k$ 時， $A \times B$ 才能相乘)

16. $f(T) = a^T = \frac{1}{2}$ ， $f(4T) = a^{4T} = (a^T)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16} < \frac{1}{10}$ ；

$f(6T) = a^{6T} = (a^T)^6 = \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64} < \frac{1}{50}$ ；

$f(8T) = a^{8T} = (a^T)^8 = \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \frac{1}{256} > \frac{1}{500}$ ；

$f(10T) = (a^T)^{10} = \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{1}{1024} < \frac{1}{1000}$

$$17. \quad m_{\overline{AB}} = \frac{4-(-4)}{1-(-3)} = \frac{8}{4} = 2, \quad m_{\overline{AC}} = \frac{4-2}{1-5} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow m_{\overline{AB}} \times m_{\overline{AC}} = -1 \quad \Rightarrow \overline{AB} \perp \overline{AC}$$

$\therefore \overline{BC}$ 為直徑

$$\text{圓心為 } \overline{BC} \text{ 中點} = \left(\frac{-3+5}{2}, \frac{-4+2}{2} \right) = (1, -1)$$

$$r = \overline{OC} = \sqrt{(5-1)^2 + (2-(-1))^2} = 5 \quad \Rightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = 25$$

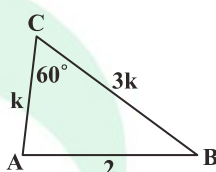
$$18. \quad \triangle OAP \text{ 面積} : \triangle OBP \text{ 面積} = 2 : 7 \xrightarrow[\text{(同高)}]{\text{同高}} \overline{AP} : \overline{BP} = 2 : 7$$

$$\Rightarrow P\left(\frac{2 \times (-3) + 7 \times 1}{2+7}, \frac{2 \times 4 + 7 \times 2}{2+7}\right) = \left(\frac{1}{9}, \frac{22}{9}\right)$$

$$19. \quad \text{設 } \overline{AC} = k, \overline{BC} = 3k, \text{ 依餘弦定理 } \cos 60^\circ = \frac{1}{2} = \frac{k^2 + (3k)^2 - 2^2}{2 \times k \times 3k}$$

$$\Rightarrow 2k^2 + 18k^2 - 8 = 6k^2 \quad \Rightarrow 14k^2 = 8 \quad \Rightarrow k^2 = \frac{4}{7}$$

$$\text{面積} = \frac{1}{2} k \cdot 3k \cdot \sin 60^\circ = \frac{3}{2} k^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{7} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{7} \sqrt{3}$$



$$20. \quad \text{依正弦定理 } \frac{\overline{AB}}{\sin C} = 2R \quad \Rightarrow \frac{\overline{AB}}{\sin 60^\circ} = 2 \times 10 \quad \Rightarrow \overline{AB} = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$$

$$21. \quad x \text{ 截距 } a \text{ 表過 } (a, 0), \text{ 又過 } (1, -1) \quad \Rightarrow m = \frac{0-(-1)}{a-1} = \frac{1}{a-1}$$

$$\text{若 } m > 0 \quad \Rightarrow a-1 > 0 \quad \Rightarrow a > 1$$

$$m < 0 \quad \Rightarrow a-1 < 0 \quad \Rightarrow a < 1$$

$$\text{直線 } L: y+1 = \frac{1}{a-1}(x-1), x=0 \text{ 代入 } \Rightarrow y+1 = \frac{1}{a-1}(-1)$$

$$\Rightarrow y = -1 - \frac{1}{a-1} = \frac{-a+1-1}{a-1} = \frac{-a}{a-1} \text{ (此為 } y \text{ 截距)}$$

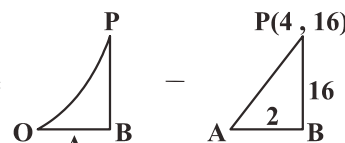
$$\text{若 } y \text{ 截距為正 } \Rightarrow \frac{-a}{a-1} > 0 \quad \Rightarrow (-a)(a-1) > 0 \quad \Rightarrow a(a-1) < 0 \quad \Rightarrow 0 < a < 1$$

$$22. \quad A(0, 0, 0) \Rightarrow B(0, 0, 10) \Rightarrow C(5, 0, 10)$$

$$\Rightarrow D(5, -7, 10) \Rightarrow E(5, -7, 6)$$

$$\text{則 } \overline{AE} = \sqrt{5^2 + (-7)^2 + 6^2} = \sqrt{110}$$

23. $f'(x)=2x \Rightarrow m=f'(4)=2 \times 4=8 \Rightarrow$ 切線: $y-16=8(x-4)$
 $\Rightarrow y=8x-16, y=0$ 代入則 $x=2 \Rightarrow A$ 點(2, 0)

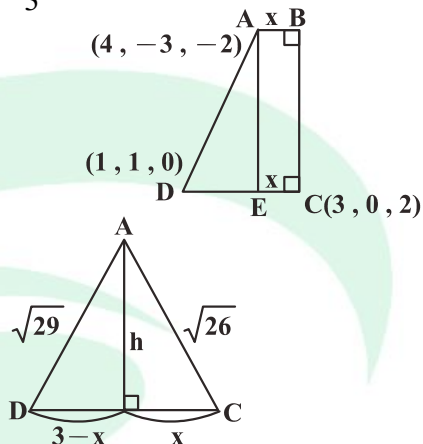
面積 = 

$$= \int_0^4 f(x)dx - \frac{(4-2) \times 16}{2}$$

$$= \int_0^4 x^2 dx - 16 = \frac{x^3}{3} \Big|_0^4 - 16 = \frac{4^3}{3} - 16 = \frac{16}{3}$$

24. $\overline{AD} = \sqrt{(4-1)^2 + (-3-1)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{29}$
 $\overline{AC} = \sqrt{(4-3)^2 + (-3-0)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{26}$
 $\overline{CD} = \sqrt{(3-1)^2 + (0-1)^2 + (2-0)^2} = 3$

依畢氏定理 $h^2 = \sqrt{29}^2 - (3-x)^2 = \sqrt{26}^2 - x^2$
 $\Rightarrow 29 - (9 - 6x + x^2) = 26 - x^2$
 $\Rightarrow 20 + 6x - x^2 = 26 - x^2 \Rightarrow 6x = 6$
 $\Rightarrow x = 1 = \overline{AB}$



25. $\left. \begin{array}{l} \text{長 } \overline{B_1B_2} = 3 - \overline{B_1D_1} - \overline{B_2D_2} = 3 - 2a, \text{ 高 } = \overline{B_2D_2} = a \\ \text{寬 } \overline{B_2B_3} = 2 - \overline{A_2B_2} - \overline{A_3B_3} = 2 - 2a - 2a = 2 - 4a \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{體積} = \text{長} \times \text{寬} \times \text{高} \\ = (3 - 2a)(2 - 4a) \times a \\ = (8a^2 - 16a + 6)a \\ = 8a^3 - 16a^2 + 6a \end{array}$

設 $f(a) = 8a^3 - 16a^2 + 6a$

$\Rightarrow f'(a) = 24a^2 - 32a + 6 = 2(12a^2 - 16a + 3) = 0$

$\Rightarrow a = \frac{16 \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 \times 12 \times 3}}{2 \times 12}$

$\pm$ 取負 $\Rightarrow a = \frac{16 - \sqrt{112}}{24} = \frac{16 - 4\sqrt{7}}{24} = \frac{4 - \sqrt{7}}{6}$ (一次微分 $f'(a) = 0$ 時產生極值)

↓
 $(\because \pm$ 取正, 則寬 $2 - 4a$ 為負)

