

114 學年度四技二專統一入學測驗

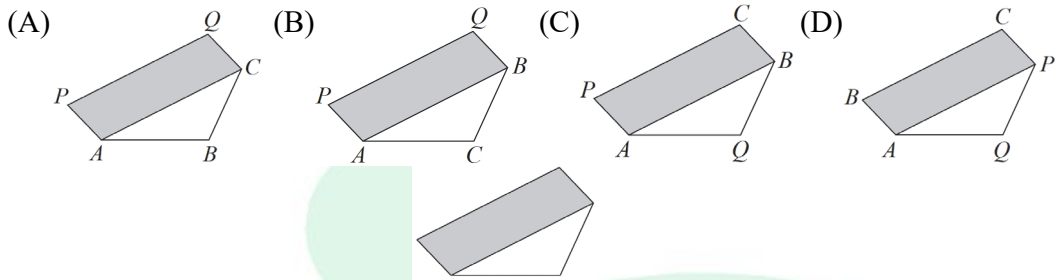
數學 (B) 試題

數學(B)參考公式

1. 點 $P(x_0, y_0)$ 到直線 $L: ax + by + c = 0$ 的距離為 $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$
2. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ ， R 為 $\triangle ABC$ 外接圓的半徑
3. $\triangle ABC$ 的餘弦定理： $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$
4. 首項為 a_1 ，公差為 d 的等差數列，第 n 項為 $a_n = a_1 + (n-1)d$ ，前 n 項之和為 $S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$
5. 首項為 a_1 ，公比為 $r (r \neq 1)$ 的等比數列，第 n 項為 $a_n = a_1 r^{n-1}$ ，前 n 項之和為 $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$
6. 若 α 、 β 為一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩根，則 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ 、 $\alpha\beta = \frac{c}{a}$
7. 資料 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的樣本標準差 $= \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}}$ ，其中 $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$
8. 參考數值： $\pi \approx 3.14$

1. 已知 n 為正整數。若多項式 $x^n - 2x - 3$ 除以 $x - 2$ 的餘式為 1，則 $n = ?$
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5。
2. 標準位置角 $\theta = 3.1$ 是第幾象限角？
(A) 第四象限角 (B) 第三象限角 (C) 第二象限角 (D) 第一象限角。
3. 已知平面上兩向量 $\vec{AB} = (2, 3)$ ， $\vec{AC} = (3, y)$ 。若 $-2 \leq y \leq 2$ ，則 $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ 的最大值為何？
(A) -6 (B) 0 (C) 6 (D) 12。

4. 黑板上，老師用一張圖來說明「平面向量中的 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{PQ}$ 」，但老師說明完之後，把 A、B、C、P、Q 都擦掉了，如圖(一)。老師要小明重新寫上去，試問下列哪一個圖形所標記的五個點，可以說明 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{PQ}$ ？(其中陰影部分是平行四邊形)



圖(一)

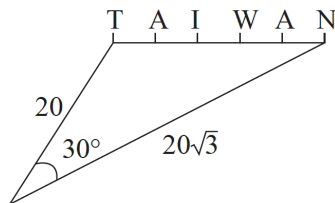
5. 在坐標平面上，兩函數 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 與 $g(x) = x^2 - x - 6$ 的圖形交點為下列哪一個點？
 (A) $(-3, 6)$ (B) $(-1, 0)$ (C) $(1, -4)$ (D) $(3, 0)$ 。
6. 已知二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ 經過配方之後得到 $y = \frac{1}{2}(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{8}$ ，試問 $\frac{a}{4} + \frac{b}{2} + c = ?$
 (A) 1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{8}$ 。
7. 試求 $\sin^2 10^\circ + 2\sin^2 20^\circ + 4\sin^2 30^\circ + 2\sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ = ?$
 (A) 7 (B) 6 (C) 5 (D) 4。
8. 在坐標平面上，若直線 L_1 跟其平行線 $L_2: \frac{x}{5} - \frac{y}{12} = 1$ 的距離為 1，則 L_1 的直線方程式可為下列何者？
 (A) $y = \frac{12}{5}x - \frac{47}{5}$ (B) $y = \frac{12}{5}x + \frac{47}{5}$
 (C) $12x - 5y + 73 = 0$ (D) $5x - 12y + 73 = 0$ 。
9. 已知一根頭髮的直徑是 0.017 毫米，而晶圓製程是以奈米為單位。若某半導體大廠採用 3 奈米製程，試問 3 奈米約為一根頭髮直徑的幾倍？(一毫米 = 10^{-3} 公尺，1 奈米 = 10^{-9} 公尺)
 (A) 6×10^3 (B) 6×10^4 (C) 1.8×10^{-4} (D) 1.8×10^{-5} 。
10. 在坐標平面上，已知直線 L 及其右側半平面為 $4x - 3y + a \geq 0$ 的圖形，直線 L 及其左側半平面為 $8x + by + 4 \leq 0$ 的圖形，則 $a + b = ?$
 (A) -4 (B) -1 (C) 2 (D) 5。

11. 若 $\log_{25}2=a$ 且 $\log_{25}3=b$ ，則 $5^{3a+2b+1}=?$
 (A)30 (B) $30\sqrt{2}$ (C)45 (D) $45\sqrt{2}$ 。
12. 真心高中某委員會的委員總數為 x 人，其中 $6 \leq x \leq 8$ 。若這 x 人中有 y 人為學生委員，且學生委員人數占了委員總數的二分之一以上(含)，則 (x, y) 的可能性共有幾種？
 (A)9 (B)13 (C)17 (D)20。
13. 從某職棒球員歷年的全壘打數紀錄中，隨機抽選 5 年的紀錄，把這 5 年的全壘打數由小到大排列如下： $3, 4, \alpha, 10, \beta$ 。若此組數據資料的中位數為 6，全距為 9，算術平均數為 7，樣本標準差為 γ ，則 $\alpha + \beta + \gamma = ?$
 (A) $18 + \sqrt{8}$ (B) $18 + \sqrt{15}$ (C) $20 + \sqrt{8}$ (D) $20 + \sqrt{15}$ 。
14. 某便利商店推出一項優惠活動：來店消費的顧客，在結帳時，可抽籤一次，讓結帳金額套用籤上的折扣。已知籤筒裡共有 50 支籤，其中折扣與籤的數量關係如表(一)。若每支籤被抽中的機率皆相同，則每抽籤一次獲得折扣的期望值最接近下列哪個選項？
 (A)5 折 (B)6 折 (C)8 折 (D)9 折。

表(一)

折扣	9 折	8 折	6 折	3 折	1 折
籤的數量(支)	32	10	5	2	1

15. 在坐標平面上，一位遊戲角色以 $(1, 4)$ 為起點。每按一次 A 鍵後，該角色就會往右走 3 個單位長，再往下走 1 個單位長，走完之後才可以再按 A 鍵。已知第一次按 A 鍵之後，角色的路徑就會經過 $(2, 4)$ 、 $(3, 4)$ 、 $(4, 4)$ ，最後走到 $(4, 3)$ ，若接著繼續一直按 A 鍵四次以上，試問下列的哪一個點是角色不會經過的點？
 (A) $(5, 3)$ (B) $(7, 2)$ (C) $(10, 0)$ (D) $(16, -1)$ 。
16. 某活動需要找 6 個人在廣場舉牌「TAIWAN」6 個字母，若 6 人排成一直線且相鄰兩個人距離均為 x 公尺。今在廣場某處觀測點測得與 T 字母舉牌者相距 20 公尺，與 N 字母舉牌者相距 $20\sqrt{3}$ 公尺，且觀測點與 T 字母舉牌者、N 字母舉牌者所形成的夾角為 30° ，如圖(二)所示，則 $x = ?$
 (A) $\frac{10}{3}$ (B)4 (C) $\frac{10}{3}\sqrt{3}$ (D) $4\sqrt{3}$ 。



圖(二)

17. 小諳到火鍋餐廳點了一份海陸套餐(包含湯底、菜盤、肉盤、海鮮盤與副餐)。此套餐的湯底與菜盤已固定，小諳需從 4 類肉品(牛肉、雞肉、豬肉、羊肉)任選一種做為肉盤，從 5 類海鮮(鯛魚、蛤蠣、鮮蚶、草蝦、小卷)任選三種不同的海鮮做為海鮮盤，從 4 類餐點(白飯、王子麵、烏龍麵、冬粉)任選一種做為副餐。試問此海陸套餐的搭配共有幾種可能性？

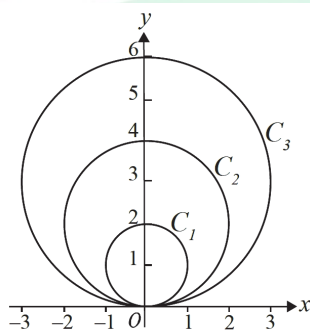
(A)13 (B)80 (C)120 (D)160。

18. 若 $(x, y)=(p, q)$ 為二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 35x+46y=2025 \\ 65x+54y=-25 \end{cases}$ 的唯一解，則一元二次方程式 $20x^2+(p+q)x-114=0$ 的兩根和為何？

(A)-1000 (B)-1 (C)1 (D)1000。

19. 在坐標平面上，已知有三個圓分別為 $C_1: x^2+(y-1)^2=1$ 、 $C_2: x^2+(y-2)^2=4$ 、 $C_3: x^2+(y-3)^2=9$ ，如圖(三)所示。試問下列哪一條直線同時跟 C_1 相離、 C_2 相切以及 C_3 相割？

(A) $5x+12y+1=0$ (B) $7x-24y-1=0$ (C) $3x+4y+2=0$ (D) $8x-15y-5=0$ 。



圖(三)

20. 在坐標平面上，已知三條直線 L_1 、 L_2 與 L_3 圍成一個直角三角形。若 L_1 的斜率為 -2 ， L_2 的斜率為 $\frac{1}{3}$ ，且 L_3 的 x 截距與 y 截距都是負數，則 L_3 的斜率為何？

(A)-3 (B) $-\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D)2。

21. 某幼兒園規劃在畢業典禮時，安排即將畢業的西瓜班表演 3 個不同節目，中班鳳梨班與小班蘋果班則各表演 2 個不同節目。由於西瓜班的所有演出都需要換裝，所以西瓜班表演 3 個的節目中，任意兩個都不會連著表演。試問這 7 個節目的安排順序共有幾種可能性？

(A)240 (B)720 (C)1440 (D)5040。

22. 某甜品店提供兩款盒裝甜品，如表(二)所示。小銘舉辦活動，需要至少 48 個焦糖布丁與至少 72 個芒果奶酪。若小銘只跟這間甜品店訂購盒裝甜品，在符合小銘的需求下，所需的最低花費為多少元？

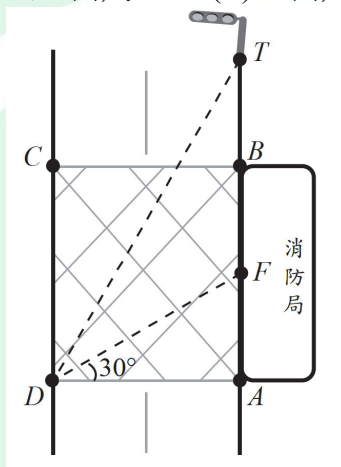
(A)4120 (B)4800 (C)5040 (D)5480。

表(二)

品項	內容物	每盒價格
盒裝 A	3 個焦糖布丁、3 個芒果奶酪	200 元
盒裝 B	2 個焦糖布丁、4 個芒果奶酪	210 元

23. 道路法規規定道路上停等紅燈時不可佔用黃色網狀線。已知在道路旁有消防局，前方有紅綠燈 T，今畫設一長方形黃色網狀線區域 ABCD，且消防局門口 F 為 $\overline{AB}$ 中點，如圖(四)所示。若 $\overline{CD} = 40$ 公尺， $\angle FDA = 30^\circ$ ，且 $\overline{TD} = 40\sqrt{3}$ 公尺，則 $\overline{BT} = ?$

(A)10 公尺 (B) $10\sqrt{3}$ 公尺 (C)20 公尺 (D) $20\sqrt{3}$ 公尺。



圖(四)

24. 某次高三數學模擬考有 1000 位同學應考，老師在甲班提及：「我們全班 50 位同學這次數學考得真不錯，平均為 80 分。而且其他班共 950 位同學的平均分數，比所有 1000 位應考同學的平均分數少 1 分。」依據老師的提示，1000 位同學的總平均為幾分？

(A)61 (B)66 (C)71 (D)76。

25. 已知數列 $\{a_n\}$ 的奇數項為一個公比為 -3 的等比數列，偶數項為一個公差為 3 的等差數列。若 $a_{99} = 5 \times 3^{49}$ 、 $a_{100} = 202$ ，則 $a_1 + a_2 + \cdots + a_9 + a_{10} = ?$

(A) $3^5 + 5$ (B) $3^5 - 5$ (C)610 (D)0。

數學(B)－【解答】

- 1.(B) 2.(C) 3.(D) 4.(A) 5.(D) 6.(D) 7.(D) 8.(A) 9.(C) 10.(A)
11.(B) 12.(B) 13.(B) 14.(C) 15.(C) 16.(B) 17.(D) 18.(B) 19.(C) 20.(A)
21.(C) 22.(A) 23.(C) 24.(A) 25.(D)



114 學年度四技二專統一入學測驗

數學 (B) 試題詳解

- 1.(B) 2.(C) 3.(D) 4.(A) 5.(D) 6.(D) 7.(D) 8.(A) 9.(C) 10.(A)
 11.(B) 12.(B) 13.(B) 14.(C) 15.(C) 16.(B) 17.(D) 18.(B) 19.(C) 20.(A)
 21.(C) 22.(A) 23.(C) 24.(A) 25.(D)

1. $f(x) = x^n - 2x - 3$ 除以 $x - 2$

$$\text{餘} = f(2) = 2^n - 2 \cdot 2 - 3$$

$$\Rightarrow 1 = 2^n - 7 \Rightarrow 2^n = 8 = 2^3 \Rightarrow n = 3$$

2. $\theta = 3.1$ (徑)

$$\doteq 3.1 \times 57.3^\circ \doteq 177.6^\circ \cdots \cdots \text{第二象限角}$$

3. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 2 \cdot 3 + 3 \cdot y = 3y + 6$

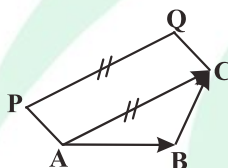
$$\because -2 \leq y \leq 2$$

$$\xrightarrow{\text{乘3}} -6 \leq 3y \leq 6$$

$$\xrightarrow{\text{加6}} 0 \leq 3y + 6 \leq 12$$

$$\Rightarrow 0 \leq \vec{AB} \cdot \vec{AC} \leq 12 \cdots \cdots \vec{AB} \cdot \vec{AC} \text{ 的最大值為 } 12$$

4.



(A)由向量加法

$$\Rightarrow \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

$$\because \square \therefore \vec{AC} = \vec{PQ}$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC} \\ \vec{AC} = \vec{PQ} \end{array} \right\} \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{PQ}$$

5. 交點 $\begin{cases} f(x) = x^2 - 2x - 3 \\ g(x) = x^2 - x - 6 \end{cases}$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 3 = x^2 - x - 6 \Rightarrow x = 3 \text{ 代回 } f(x) \text{ 或 } g(x) : \text{得 } y = 0 \Rightarrow \text{交點}(3, 0)$$

6. $y = \frac{1}{2} \left(x - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{8}$

$$= \frac{1}{2} \left(x^2 - x + \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{8}$$

$$= \frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{2} x + \frac{1}{4}$$

$$= ax^2 + bx + c$$

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}, c = \frac{1}{4} \\ \therefore \frac{a}{4} + \frac{b}{2} + c = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \end{array} \right\}$$

$$\therefore \frac{a}{4} + \frac{b}{2} + c = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

7. $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 70^\circ = \cos 20^\circ$, $\sin 80^\circ = \cos 10^\circ$

$$\text{原式} = \sin^2 10^\circ + 2 \sin^2 20^\circ + 4 \left(\frac{1}{2} \right)^2 + 2 \cdot \cos^2 20^\circ + \cos^2 10^\circ$$

$$= 1 + (\sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ) + 2(\sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ) = 1 + 1 + 2 \cdot 1 = 4$$

$$8. L_2: \frac{x}{5} - \frac{y}{12} = 1 \Rightarrow 12x - 5y = 60$$

$\therefore$ 平行 $\therefore$ 令 $L_1: 12x - 5y = k$

$$d(L_1, L_2) = \frac{|k-60|}{\sqrt{12^2 + (-5)^2}} = 1 \Rightarrow |k-60| = 13 \Rightarrow k-60 = \pm 13 \Rightarrow k = 73 \text{ 或 } 47$$

$$L: 12x - 5y = 73; (12x - 5y - 73 = 0; y = \frac{12}{5}x - \frac{73}{5})$$

$$\text{或 } 12x - 5y = 47; (12x - 5y - 47 = 0; y = \frac{12}{5}x - \frac{47}{5})$$

$$9. 1 \text{ 奈米} = 10^{-9} \text{ 公尺}$$

$$(1) 3 \text{ 奈米} = 3 \times 10^{-9} \text{ 公尺}$$

$$(2) \text{一根頭髮直徑} = 0.017 \text{ 毫米} = 0.017 \times 10^{-3} \text{ 公尺}$$

$$\text{所求} = \frac{(1)}{(2)} = \frac{3 \times 10^{-9}}{0.017 \times 10^{-3}} = \frac{3 \times 10^{-9}}{1.7 \times 10^{-5}} \div 1.8 \times 10^{-4}$$

$$10. (2) 8x + by + 4 \leq 0$$

$$(1) 4x - 3y + a \geq 0$$

$$\xrightarrow{\times 2} 8x - 6y + 2a \geq 0$$

$$4x - 3y + a = 0$$

由(1)(2)得: $b = -6, a = 2$

$$\therefore a + b = -4$$

$$11. \log_{25} 2 = a \Rightarrow 25^a = 2 \Rightarrow (5^2)^a = 2 \Rightarrow 5^a = \sqrt{2}$$

$$\log_{25} 3 = b \Rightarrow 25^b = 3 \Rightarrow (5^2)^b = 3 \Rightarrow 5^b = \sqrt{3}$$

$$5^{3a+2b+1} = 5^{3a} \cdot 5^{2b} \cdot 5 = (5^a)^3 \cdot (5^b)^2 \cdot 5 = (\sqrt{2})^3 \cdot (\sqrt{3})^2 \cdot 5 \\ = 2\sqrt{2} \cdot 3 \cdot 5 = 30\sqrt{2}$$

$$12. \begin{cases} 6 \leq x \leq 8 \\ y \geq \frac{x}{2} \Rightarrow 2y \geq x \end{cases}$$

x	y可能
6	3, 4, 5, 6
7	4, 5, 6, 7
8	4, 5, 6, 7, 8

, 故(x, y)可能性有 13 個

13. 小到大：3, 4, α , 10, β

(1) $Me = 6 = \alpha$

(2) $R = 9 = \beta - 3 \quad \therefore \beta = 12$

(3) 小到大：3, 4, 6, 10, 12

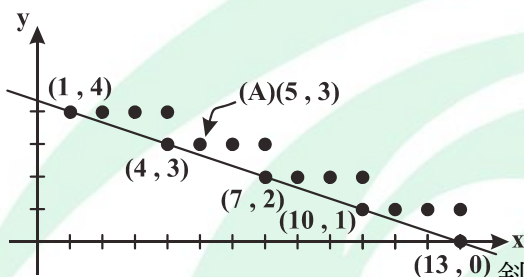
$\bar{X} = 7$,

$$\gamma = \sqrt{\frac{(3-7)^2 + (4-7)^2 + (6-7)^2 + (10-7)^2 + (12-7)^2}{5-1}} = \sqrt{\frac{16+9+1+9+25}{4}} = \sqrt{15}$$

(4) $\alpha + \beta + \gamma = 18 + \sqrt{15}$

14. 期望值(折扣) = $\frac{32}{50} \times 9 + \frac{10}{50} \times 8 + \frac{5}{50} \times 6 + \frac{2}{50} \times 3 + \frac{1}{50} \times 1$
 $= \frac{288+80+30+6+1}{50} = \frac{405}{50} = 8.1$

15.



$L: x + 3y = 13$

(A) $(5, 3) \Rightarrow 5 + 9 \neq 13$

(見圖：不在線上，但會經過)

(B) $(7, 2) \Rightarrow 7 + 6 = 13$

(C) $(10, 0) \Rightarrow 10 + 0 \neq 13$

(D) $(16, -1) \Rightarrow 16 - 3 = 13$

斜率 = $\frac{3-4}{4-1} = -\frac{1}{3}$

$L: y - 4 = -\frac{1}{3}(x - 1)$

$\Rightarrow 3y - 12 = -x + 1 \Rightarrow x + 3y = 13$

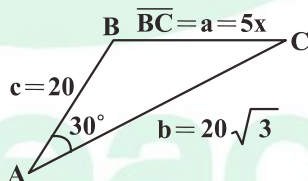
16. 利用餘弦定理：

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2b \cdot c}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1200 + 400 - a^2}{2 \cdot 20\sqrt{3} \cdot 20}$$

$$\Rightarrow 1600 - a^2 = 1200$$

$$\Rightarrow a^2 = 400 \Rightarrow a = 20 = 5x \Rightarrow x = 4$$



17. 海陸套餐 $\Rightarrow$ 湯底，菜盤，肉盤，海鮮盤，副餐

固定 固定 4 選 1 5 選 3 4 選 1

$$\Rightarrow 1 \cdot 1 \cdot C_1^4 \cdot C_3^5 \cdot C_1^4 = 160$$

$$18. (1) \begin{cases} 35x+46y=2025 \\ 65x+54y=-25 \end{cases} (+)$$

$$\Rightarrow 100x+100y=2000$$

$$\Rightarrow x+y=20 \quad \therefore (x, y)=(p, q)$$

$$\text{即 } p+q=20$$

$$(2) 20x^2+(p+q)x-114=0$$

$$\text{兩根和} = -\frac{p+q}{20} = -\frac{20}{20} = -1$$

$$19. C_1: x^2+(y-1)^2=1 \Rightarrow O_1(0, 1), r_1=1$$

$$C_2: x^2+(y-2)^2=4 \Rightarrow O_2(0, 2), r_2=2$$

$$C_3: x^2+(y-3)^2=9 \Rightarrow O_3(0, 3), r_3=3$$

$$(C)L: 3x+4y+2=0$$

$$d(O_1, L) = \frac{|0+4+2|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{6}{5} > r_1 \dots \text{相離}$$

$$d(O_2, L) = \frac{|0+8+2|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 2 = r_2 \dots \text{相切}$$

$$d(O_3, L) = \frac{|0+12+2|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{14}{5} < r_3 \dots \text{相割}$$

$$20. \text{兩線垂直} \Leftrightarrow \text{斜率乘積} = -1$$

$$\therefore L_1 \cdot L_2 \neq -1$$

$\therefore L_1$ 與 L_2 不會垂直

$$(1) L_1 \perp L_3$$

$$\text{或 } (2) L_2 \perp L_3$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot m_3 = -1$$

$$\Rightarrow m_2 \cdot m_3 = -1$$

$$\Rightarrow (-2) \cdot m_3 = -1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \cdot m_3 = -1$$

$$\Rightarrow m_3 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow m_3 = -3$$

$$L_3: x-2y=k$$

$$x \text{ 截距} = k$$

$$y \text{ 截距} = -\frac{k}{2} \left. \vphantom{\begin{matrix} x \text{ 截距} = k \\ y \text{ 截距} = -\frac{k}{2} \end{matrix}} \right\} \text{異號(不合)}$$

$$L_3: 3x+y=k$$

$$x \text{ 截距} = \frac{k}{3}$$

$$y \text{ 截距} = k \left. \vphantom{\begin{matrix} x \text{ 截距} = \frac{k}{3} \\ y \text{ 截距} = k \end{matrix}} \right\} \text{同號(合)}$$

$$21. \begin{array}{ccccccc} \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \\ \text{中}_1 & \text{中}_2 & \text{小}_1 & \text{小}_2 & & & \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{中班與小班先排列} = 4! = 24 \\ \text{大班與大班再插空排} \Rightarrow P_3^5 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60 \end{array} \right\} 24 \times 60 = 1440$$

22. 令 A 盒裝買 x 盒 $\Rightarrow$ 布丁: $3x$ | 奶酪: $3x$ | 費用: $200x$
 B 盒裝買 y 盒 $\Rightarrow$ 布丁: $2y$ | 奶酪: $4y$ | 費用: $210y$
 所需 $\Rightarrow$ 布丁: 48 | 奶酪: 72 | 最低花費

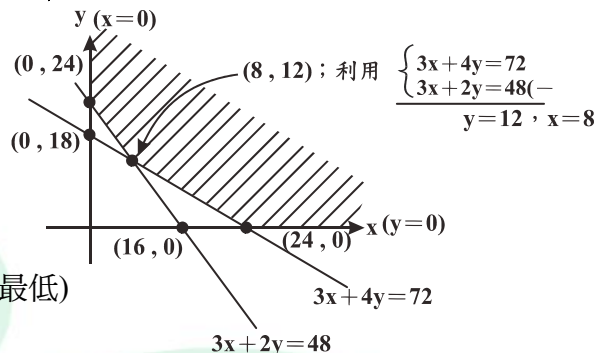
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + 2y \geq 48 \\ 3x + 4y \geq 72 \end{cases}$$

總花費 $f(x, y) = 200x + 210y$

$$f(24, 0) = 4800$$

$$f(8, 12) = 1600 + 2520 = 4120 (\text{最低})$$

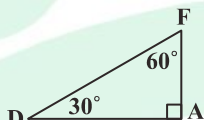
$$f(0, 24) = 5040$$



23. (1) $\overline{CD} = \overline{AB} = 40$

$$\therefore \overline{AF} = 20 = \overline{BF}$$

$$\Rightarrow \overline{AD} = 20\sqrt{3}, \overline{DF} = 40$$



$$(2) \cos F = \frac{t^2 + d^2 - f^2}{2 \cdot t \cdot d} \Rightarrow -\frac{1}{2} = \frac{1600 + d^2 - 4800}{2 \cdot 40 \cdot d}$$

$$\Rightarrow d^2 - 3200 = -40d \Rightarrow d^2 + 40d - 3200 = 0$$

$$\Rightarrow (d + 80)(d - 40) = 0 \Rightarrow d = -80 (\text{不合})$$

$$\text{或 } d = 40 = \overline{TF} = \overline{BT} + \overline{BF} = \overline{BT} + 20$$

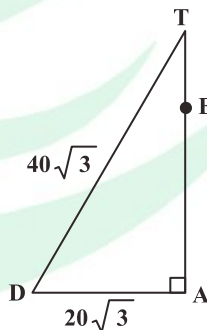
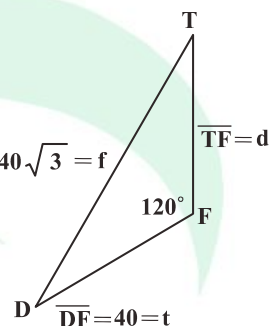
$$\therefore \overline{BT} = 20$$

【另解】(2) $(20\sqrt{3})^2 + (\overline{AT})^2 = (40\sqrt{3})^2$

$$\Rightarrow 1200 + (\overline{AT})^2 = 4800$$

$$\Rightarrow \overline{AT} = 60 = \overline{AB} + \overline{BT} = 40 + \overline{BT}$$

$$\Rightarrow \overline{BT} = 20$$



24. 令 1000 位同學的總平均為 x 分

利用 1000 位同學的總分數

$$\Rightarrow 1000x = 50 \times 80 + 950(x - 1)$$

$$= 4000 + 950x - 950 = 3050 + 950x$$

$$\therefore 50x = 3050, x = 61$$

25. (1) $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9$

$$= a_1 + (-3)a_1 + (-3)^2 a_1 + (-3)^3 a_1 + (-3)^4 a_1$$

$$= a_1 - 3a_1 + 9a_1 - 27a_1 + 81a_1 = 61a_1$$

$$\text{又：} a_{99} = a_1(-3)^{49} \Rightarrow 5 \cdot 3^{49} = -a_1 \cdot 3^{49} \Rightarrow a_1 = -5$$

$$\text{故：} a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 = 61(-5) = -305$$

(2) $a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10}$

$$= a_2 + (a_2 + 3) + (a_2 + 6) + (a_2 + 9) + (a_2 + 12)$$

$$= 5a_2 + 30$$

$$\text{又：} a_{100} = a_2 + 3 \cdot 49 \Rightarrow 202 = a_2 + 147 \Rightarrow a_2 = 55$$

$$\text{故：} a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} = 5 \cdot 55 + 30 = 305$$

$$\text{由(1)+(2)} \Rightarrow \text{原式} = -305 + 305 = 0$$

ALeader