

114 學年度四技二專統一入學測驗

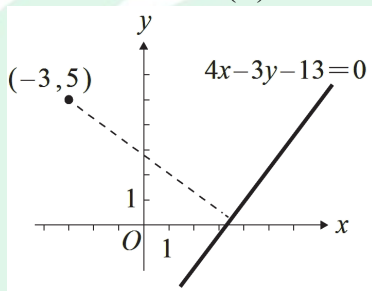
數學 (A) 試題

數學(A)參考公式

1. 點 $P(x_0, y_0)$ 到直線 $L: ax + by + c = 0$ 的距離為 $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$
2. 首項為 a_1 ，第 n 項為 a_n 的等差數列，前 n 項之和為 $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$
3. 設有一組資料 $x_1, x_2, \cdots, x_N$ ，則其算術平均數為 $\mu = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_N}{N}$ ，標準差為 $\sqrt{\frac{(x_1 - \mu)^2 + (x_2 - \mu)^2 + \cdots + (x_N - \mu)^2}{N}}$
4. 參考數值： $\log 2 = \log_{10} 2 = 0.3010$ 、 $\log 2.1 = \log_{10} 2.1 = 0.3222$

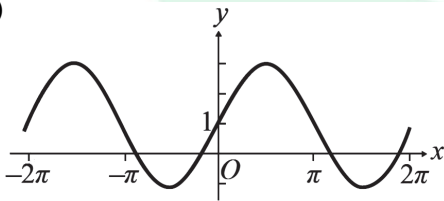
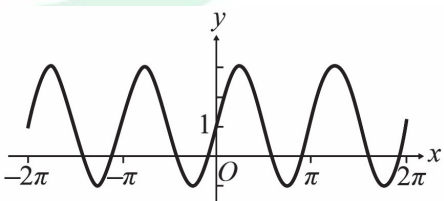
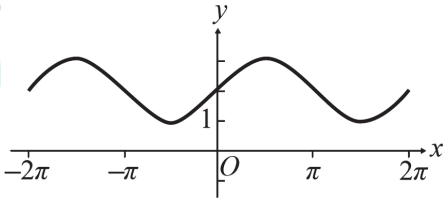
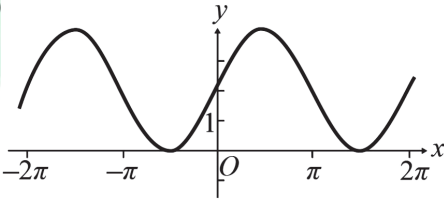
1. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 45^\circ$ ，試求 $\sin A = ?$
(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 。
2. 已知不等式 $4x - 5 < 4 + x$ 與不等式 $5 - x > a$ 有相同的解，試求 $a = ?$
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5。
3. 已知 $\{a_n\}$ 為等比數列。若 $a_4 = 8$ 、 $a_6 = 18$ ，且 $a_5 > 0$ ，則 $a_5 = ?$
(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14。
4. 已知 n 、 m 為正整數， $n \geq m$ ，且 C_m^n 為從 n 中取 m 的不重複組合數。若 $4 \times C_4^{n+1} = 11 \times C_3^{n+1}$ ，則 $n = ?$
(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13。
5. 棋祥使用人工智慧模擬出投球的軌跡，其軌跡恰好落在二次函數 $f(x) = -x^2 + 8x + 9$ 的圖形上，其中 $-1 \leq x \leq 9$ ，試問棋祥投球的最高點坐標為何？
(A) (4, 25) (B) (5, 49) (C) (0, 9) (D) (9, 0)。
6. 某市需要清運颱風造成的垃圾雜物約 7200 噸。已知小卡車一次可清運 3 噸，大卡車一次可清運 6 噸。若 x, y 皆為非負整數，則下列哪一個不等式較能說明「需使用 x 台小卡車和 y 台大卡車，才能一次清運掉至少 7200 噸的垃圾雜物」？
(A) $3x + 6y \leq 7200$ (B) $6x + 3y \leq 7200$ (C) $3x + 6y \geq 7200$ (D) $6x + 3y \geq 7200$ 。

7. 若投擲一顆公正的骰子二次，且第一次跟第二次的點數和為 4 的倍數，則共有幾種不同的情形？
 (A)18 (B)12 (C)9 (D)6。
8. 已知 1 到 30 的正整數中有 10 個質數。若從 1 到 30 中任取兩相異整數，則兩數均為質數的機率為何？
 (A) $\frac{1}{29}$ (B) $\frac{3}{29}$ (C) $\frac{5}{29}$ (D) $\frac{7}{29}$ 。
9. 設坐標平面上有 A(2, 3)、B(5, 7)、C(4, a)三點，且 $\overline{AC}$ 斜率為 m_1 、 $\overline{BC}$ 斜率為 m_2 。若 $m_2 = -m_1$ ，則 $a = ?$
 (A) $\frac{11}{3}$ (B) $\frac{17}{3}$ (C)8 (D)11。
10. 搜救員在田野尋得一位昏迷路人，想將昏迷路人送往一條直線的道路上，方便救護車能將昏迷路人送往醫院治療與照顧，經量測後繪製出以公尺為單位的圖(一)。已知昏迷路人在點(-3, 5)處，搜救員想要前往的道路在直線 $4x - 3y - 13 = 0$ 上，試求搜救員送昏迷路人到道路最少需要走多少公尺？
 (A)5 (B)6 (C)7 (D)8。



圖(一)

11. 已知三次多項式 $f(x) = x^3 + 2x^2 + bx + c$ 。若 $f(0) = f(1) = 0$ ，則 $b - c = ?$
 (A)-3 (B)-1 (C)1 (D)3。
12. 已知國道一號高速公路里程數由北至南遞增標示，最北端標示為 0 公里，最南端標示為 374.3 公里。已知曉明開車從標示 192 公里處進入高速公路向北行駛，並從標示 x 公里處離開，需繳交通行費 84 元。若高速公路通行費每公里 0.9 元，則 x 值最接近下列何者？
 (A)99 (B)116 (C)268 (D)285。

13. 保險公司針對某校教職員工生推出一年期意外死亡險，每張保單保費為 500 元，意外死亡時賠償 100 萬元。若該校教職員工生每年發生意外死亡的機率約為 0.03 %，在不考慮其它成本的情形下，則該保險公司每賣 1 張此保單，獲利的期望值約為多少元？
 (A)100 (B)200 (C)300 (D)400。
14. 小夫班上某次考試分數的算術平均數為 50，標準差為 10。若老師將每個人的分數乘以 0.7，再加上 30，則調整後全班分數的算術平均數和標準差分別為多少？
 (A)算術平均數為 80，標準差為 10 (B)算術平均數為 80，標準差為 7
 (C)算術平均數為 65，標準差為 10 (D)算術平均數為 65，標準差為 7。
15. 大雄班上有 60 位同學參加考試，已知班上數學及格的同學佔 70%，英文及格的同學佔 60%，數學和英文都及格的同學佔 45%，試求數學和英文都不及格的同學有多少位？
 (A)6 (B)9 (C)12 (D)15。
16. 由 0、1、2、3、4、5、6 七個數字中，任取四個相異數字排成四位數，則這些四位數中有幾個為 5 的倍數？
 (A)120 (B)180 (C)220 (D)280。
17. 某籃球隊的五位先發球員，身高由高到矮排列後恰好是一個等差數列，其公差不等於 0。若此五位球員的身高總和為 900 公分，則五位球員中身高最高與最矮兩位球員的身高總和為多少公分？
 (A)350 (B)355 (C)360 (D)365。
18. 若 $f(x)=2\sin x+1$ ，則下列何者最有可能為函數 $y=f(x)$ 之圖形？
 (A)  (B) 
 (C)  (D) 
19. 若圓 $C: x^2+4x+y^2-6y+k=0$ 與 x 軸相切，則 $k=?$
 (A)-4 (B)0 (C)1 (D)4。

20. 奕星預計烘烤葡萄餅乾 x 盒和奶油餅乾 y 盒，而奶油餅乾的數量至少是葡萄餅乾的兩倍，且葡萄餅乾至少要 6 盒、奶油餅乾最多 20 盒。已知圖(二)為二元一次聯立不等式

$$\begin{cases} y \geq 2x \\ x \geq 6 \\ 0 \leq y \leq 20 \end{cases}$$

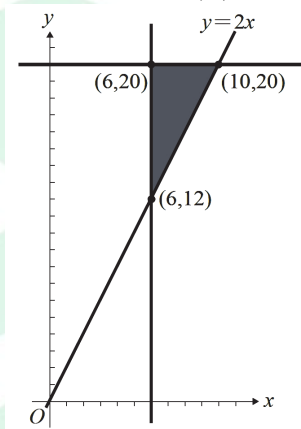
的圖解，若烘烤每盒葡萄餅乾的成本為 50 元、每盒奶油餅乾的成本為 36 元，則奕星烘烤餅乾預計的最低成本是多少元？

(A)618

(B)732

(C)816

(D)1020。

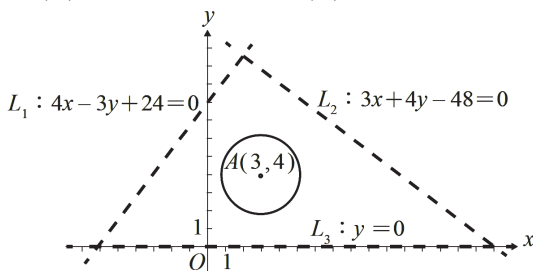


圖(二)

21. 已知 $a = \log_3 4$ 、 $b = 2\log_3 5$ 、 $c = \log_3 16$ ，試求 a 、 b 、 c 大小順序為何？
 (A) $a > b > c$ (B) $a > c > b$ (C) $b > c > a$ (D) $c > b > a$ 。
22. 已知 1 米(meter，符號 m) = 10^9 奈米(nanometer，符號 nm) = 10^{12} 皮米(picometer，符號 pm)。若人類免疫缺陷病毒直徑約為 120nm、水分子直徑約為 280pm，則人類免疫缺陷病毒直徑約為水分子直徑的多少倍？
 (A) 0.4 (B) 4 (C) 40 (D) 400。
23. 已知芮氏地震規模 M (級)與能量 E (焦耳)的關係式為： $M = \frac{\log E - 4.8}{1.5}$ 。若第二次世界大戰時，美軍在長崎投下的原子彈所釋放之能量約為 8.4×10^{13} 焦耳，則此能量大約為多少級芮氏地震規模？
 (A) 5.3 (B) 6.1 (C) 7.2 (D) 8.4。
24. 已知某工廠根據過往製造產品的經驗，歸納出成本 y (千元)與產量 x (單位)的兩種關係函數，並用來預估成本： $y = f(x) = 10x + 200$ 和 $y = g(x) = 0.0025x^2 + 8x + 200$ ，其中 $0 < x < 1000$ 。試問當產量 x 為多少時，由這兩種函數估計出來的成本會相等？
 (A) 200 (B) 400 (C) 600 (D) 800。

25. 某美術館有一個三角形展廳，經量測後可繪製出以公尺為單位的圖(三)，三個牆面如圖中虛線所示，且皆與地板垂直。若設計師想在展廳中以點 $A(3, 4)$ 為圓心，設置一個半徑為 a 公尺的圓形展台，而且為了保留通道，展台至任何一面牆的距離最少要有 2.5 公尺。試問 a 之最大值約為多少？

(A)1.5 (B)1.8 (C)2.1 (D)2.3。



圖(三)

數學(A)－【解答】

- 1.(C) 2.(A) 3.(B) 4.(D) 5.(A) 6.(C) 7.(C) 8.(B) 9.(D) 10.(D)
 11.(A) 12.(A) 13.(B) 14.(D) 15.(B) 16.(C) 17.(C) 18.(A) 19.(D) 20.(B)
 21.(C) 22.(D) 23.(B) 24.(D) 25.(A)

114 學年度四技二專統一入學測驗

數學 (A) 試題詳解

- 1.(C) 2.(A) 3.(B) 4.(D) 5.(A) 6.(C) 7.(C) 8.(B) 9.(D) 10.(D)
 11.(A) 12.(A) 13.(B) 14.(D) 15.(B) 16.(C) 17.(C) 18.(A) 19.(D) 20.(B)
 21.(C) 22.(D) 23.(B) 24.(D) 25.(A)

1. $\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$
2. $4x - 5 < 4 + x \Rightarrow 3x < 9, x < 3$
 又 $5 - x > a \Rightarrow x < 5 - a \Rightarrow 5 - a = 3, a = 2$
3. a_5 為 a_4 、 a_6 之等比中項 $\Rightarrow a_5^2 = a_4 \cdot a_6 = 8 \cdot 18 = 144$
 $\Rightarrow a_5 = \pm 12$ (負不合) $\Rightarrow a_5 = 12$
4. $4 \times \frac{(n+1)!}{(n+1-4)!4!} = 11 \times \frac{(n+1)!}{(n+1-3)!3!}$
 $\Rightarrow 4(n-2)! \cdot 3! = 11 \cdot (n-3)!4!$
 $\Rightarrow n-2 = \frac{11 \cdot 4!}{4 \cdot 3!} = 11 \Rightarrow n = 13$
5. $f(x) = -x^2 + 8x + 9 = -(x-4)^2 + 25 \Rightarrow$ 當 $x=4$ 時 $\text{Max}=25 \Rightarrow (4, 25)$
6. $3x + 6y \geq 7200 \Rightarrow (C)$
7. $\left. \begin{array}{l} \text{點數和為 } 4 = (1, 3)(2, 2)(3, 1) \\ \text{點數和為 } 8 = (2, 6)(3, 5)(4, 4)(5, 3)(6, 2) \\ \text{點數和為 } 12 = (6, 6) \end{array} \right\} \text{共 9 種}$
8. $\frac{C_2^{10}}{C_2^{30}} = \frac{3}{29}$
9. $m_1 = \frac{a-3}{4-2} = \frac{a-3}{2}, m_2 = \frac{7-a}{5-4} = 7-a$
 $\Rightarrow m_2 = -m_1 \Rightarrow 7-a = -\frac{a-3}{2} \Rightarrow 14-2a = -a+3 \Rightarrow 11=a$
10. $d = \frac{|4(-3)-3(5)-13|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}} = \frac{40}{5} = 8$
11. $f(0)=0 \Rightarrow 0+0+0+c=0$
 $f(1)=0 \Rightarrow 1+2+b+c=0$
 $\Rightarrow c=0, b=-3, b-c=-3-0=-3$

12. $\frac{84}{0.9} = \frac{280}{3} \div 93 \Rightarrow 192 - 93 = 99 \Rightarrow (A) \text{選項}$
13. $1,000,000 \times 0.03\% = 300$, $500 - 300 = 200$ 元
14. 算術平均數 $= 50 \times 0.7 + 30 = 65$, 標準差 $= 10 \times 0.7 = 7$
15. 數學及格 $= 60 \times 70\% = 42$ 人,
英文及格 $= 60 \times 60\% = 36$ 人,
都及格 $= 60 \times 45\% = 27$ 人
 $\Rightarrow$ 英文或數學及格(至少一科及格) $= 42 + 36 - 27 = 51$ 人
 $\Rightarrow$ 都不及格佔 $60 - 51 = 9$ 人
16. $\therefore$ 為 5 的倍數
 $\Rightarrow \begin{cases} 0 \text{ 結尾: } 6 \times 5 \times 4 \times 1 = 120 \\ 5 \text{ 結尾: } 5 \times 5 \times 4 \times 1 = 100 \end{cases} \Rightarrow \text{共 } 120 + 100 = 220 \text{ 個}$
17. 設 5 人身高為 $a-2d$, $a-d$, a , $a+d$, $a+2d$
 $\Rightarrow a-2d + a-d + a + a+d + a+2d = 900 \Rightarrow a = 180$
 $\Rightarrow$ 最高 + 最矮 $= a-2d + a+2d = 2a = 360(\text{cm})$
18. $\therefore f(x) = 2\sin x + 1 \Rightarrow \text{Max} = 3$, $\text{min} = -1$, 週期 $= 2\pi$
19. $x^2 + 4x + y^2 - 6y + k = 0$ 中, 圓心 $(-2, 3)$ $\therefore$ 和 x 軸相切
 $\Rightarrow r = 3 \Rightarrow \frac{1}{2} \sqrt{4^2 + (-6)^2 - 4k} = 3 \Rightarrow 4k = 16$, $k = 4$
20. 由題意成本為 $50x + 36y$,
端點 $(10, 20)$ $(6, 20)$ $(6, 12)$ 代入 $\begin{cases} 50 \cdot 10 + 36 \cdot 20 = 1220 \\ 50 \cdot 6 + 36 \cdot 20 = 1020 \\ 50 \cdot 6 + 36 \cdot 12 = 732 \end{cases} \Rightarrow \text{最低成本} = 732 \text{ 元}$
21. $a = \log_3 4$, $b = 2\log_3 5 = \log_3 25$, $c = \log_3 16 \Rightarrow b > c > a$
22. $\frac{120\text{nm}}{280\text{pm}} = \frac{120 \times 10^{-9}\text{m}}{280 \times 10^{-12}\text{m}} = \frac{3}{7} \times 10^3 \div 400 \text{ 倍}$
23. $M = \frac{\log 8.4 \times 10^{13} - 4.8}{1.5} = \frac{\log 4 + \log 2.1 + 13 - 4.8}{1.5} = \frac{0.301 \times 2 + 0.322 + 13 - 4.8}{1.5}$
 $\div 6.08 \div 6.1$
24. $\therefore$ 成本相等
 $\Rightarrow y = 10x + 200 = 0.0025x^2 + 8x + 200 \Rightarrow 0.0025x^2 = 2x$
 $\Rightarrow x = \frac{2}{0.0025} = 800$

25. $A(3, 4)$ 為圓心

$$\text{到 } L_1 \text{ 距離} = \frac{|4 \cdot 3 - 3 \cdot 4 + 24|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{24}{5}$$

$$\text{到 } L_2 \text{ 距離} = \frac{|3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 - 48|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{23}{5}$$

$$\text{到 } L_3 \text{ 距離} = 4$$

$\therefore$ 距離牆至少 2.5m

$$a = 4 - 2.5 = 1.5$$

