

# 113 學年度四技二專統一入學測驗

## 數學 (B) 試題

### 數學(B)參考公式

1. 點  $P(x_0, y_0)$  到直線  $L: ax + by + c = 0$  的距離為  $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

2.  $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ ， $R$  為  $\triangle ABC$  外接圓的半徑

3.  $\triangle ABC$  的餘弦定理： $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

4. 扇形弧長  $S = r\theta$ ，其中  $r$  為扇形的半徑， $\theta$  (弧度) 為扇形的圓心角

5. 若  $\alpha$ 、 $\beta$  為一元二次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  的兩根，則  $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$ 、 $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

6. 首項為  $a_1$ ，公差為  $d$  的等差數列，前  $n$  項之和為  $S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$

7. 有一組母體資料  $x_1, x_2, \dots, x_N$ ，其算術平均數為  $\mu$ ，則母體標準差為

$$\sqrt{\frac{(x_1 - \mu)^2 + (x_2 - \mu)^2 + \dots + (x_N - \mu)^2}{N}}$$

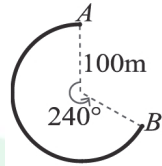
8. 參考數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ 、 $\log_{10} 1.02 \approx 0.0086$ 、 $\pi \approx 3.14$

- 已知兩向量  $\vec{a}$  與  $\vec{b}$  的內積為 10。若  $\vec{a} = (x, 1)$ ， $\vec{b} = (2, y)$ ，則  $x$  與  $y$  滿足下列何種關係式？  
(A)  $2x + y = 10$       (B)  $x + 2y = 10$       (C)  $xy + 2 = 10$       (D)  $xy - 2 = 10$ 。
- 「我們與惡的距離」是一部公視推出的社會寫實電視劇。假設放在數線上來看，「我們」的坐標為  $x$ ，「惡」的坐標為 2，「善」的坐標為 3；請以數學上的絕對值來表示以下這句話：「我們與惡的距離小於善與惡的距離」。  
(A)  $|x - 2| < |3 - 2|$     (B)  $|x - 2| < |x - 3|$     (C)  $|3 - 2| < |x - 2|$     (D)  $|x - 3| < |x - 2|$ 。
- 當角度  $\theta$  由  $50^\circ$  增加到  $100^\circ$ ，關於  $\sin(2\theta - 360^\circ)$  之值的正負變化，下列敘述何者正確？  
(A) 從正遞減到負    (B) 從負遞增到正    (C) 遞減但全為正    (D) 遞增但全為負。
- 在坐標平面上，已知直線  $L_1: x + y + 115 = 0$ ，直線  $L_2$  與直線  $L_1$  互相平行且與直線  $L_3$  互相垂直。若直線  $L_3$  過點  $(113, 114)$ ，則直線  $L_3$  的  $x$  截距為何？  
(A)  $-113$       (B)  $-1$       (C)  $1$       (D)  $113$ 。

5. 已知一個多項式除以 $(x-1)$ 餘 2，且除以 $(x-2)$ 餘 1，試問該多項式有可能是下列何者？
- (A) $2024(x-1)(x-2)-2(x-2)+1$       (B) $2024(x-1)(x-2)-3(x-1)+2$   
 (C) $2024(x-1)(x-2)+(x-1)+2$       (D) $2024(x-1)(x-2)-(x-2)+1$ 。
6. 阿強在一圓形噴水池邊上任意找三個點 A、B、C，經測量發現 B、C 兩點間的直線距離  $\overline{BC}$  為 5 公尺，且  $\overline{AB}$  與  $\overline{AC}$  的夾角為  $30^\circ$ ，試問噴水池的面積為多少平方公尺？
- (A) $9\pi$       (B) $16\pi$       (C) $25\pi$       (D) $36\pi$ 。
7. 小倩在一家營運穩定的公司上班。若小倩的起薪為每個月 4 萬元，且每年會調薪 2%，即一年後為  $40000 \times 1.02$  元，兩年後為  $40000 \times (1.02)^2$  元，以此類推。試問幾年後小倩的月薪最接近 8 萬元？
- (A)29      (B)31      (C)33      (D)35。
8. 某單位對 100 位擁有汽車或機車車主做調查，調查結果顯示僅有機車者比僅有汽車者多了 10 位，且兩種都有的為 20 位，則調查結果僅有汽車者的車主有幾位？
- (A)10      (B)20      (C)35      (D)40。
9. 已知一元二次方程式  $x^2 + 3x + c = 0$  的兩相異實根為  $\alpha$ 、 $\beta$ ，滿足  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 1$ ，則  $c$  之值為何？
- (A)3      (B)1      (C)-1      (D)-3。
10. 設直線  $L: 2x - 3y - 6 = 0$  及  $A(a_1, a_2)$ 、 $B(b_1, b_2)$ 、 $C(1, 3)$  三點。若 A 與 C 落在直線 L 的同側，而 B 與 C 落在直線 L 的異側，則點  $(2a_1 - 3a_2 - 6, 2b_1 - 3b_2 - 6)$  落在第幾象限？
- (A)一      (B)二      (C)三      (D)四。
11. 便利商店舉行飲料任選第二件 7 折的活動，若兩罐飲料價格不同時，則價格高者原價，價格低者打 7 折。小麥先在便利商店拿了價格  $x$  元的飲料一罐，再拿了另一罐價格比第一罐少 10 元的飲料，試問搭配活動的結帳金額是多少元？
- (A) $x + 0.7x - 10$       (B) $0.7(x + x - 10)$       (C) $0.7(x + x) - 10$       (D) $x + 0.7(x - 10)$ 。
12. 小明到便利商店購買奶茶與紅茶，奶茶與紅茶的價格分別為每瓶 20 元與 12 元。已知小明兩者都要買，而且花費又不想超過 70 元。若小明買了  $x$  瓶奶茶與  $y$  瓶紅茶，則數對  $(x, y)$  的可能性有幾種？
- (A)5      (B)6      (C)7      (D)8。
13. 某高中將三年級學生依體適能成績分成十一組。已知此十一組人數由小到大為一個等差數列  $a_1, a_2, \dots, a_{11}$ ，且  $a_6 = 88$ ，則該校三年級學生人數為多少人？
- (A)638      (B)726      (C)880      (D)968。

14. 圖(一)是一個半徑為 100 公尺、圓心角為  $240^\circ$  的扇形公園，A、B 兩點間的弧線即為步道。從步道一端(A 點)出發到另一端(B 點)後，再原路折返回起點(A 點)，稱為一趟。若小簡要走  $x$  趟才會超過 8 公里，則  $x$  最小是多少？

(A)12                      (B)11                      (C)10                      (D)9。



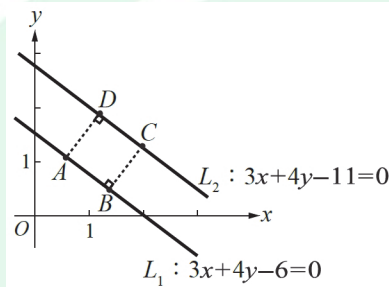
圖(一)

15. 小鈺到某間甜品店購買綜合豆花(甜湯加配料)，小鈺先從三種甜湯(糖水、豆漿與紅豆湯)任選一種當作湯底，然後再從五種配料(粉圓、薏仁、芋圓、粉粿、花生)中任選兩種不同的配料。試問此綜合豆花的搭配有幾種可能性？

(A)15                      (B)30                      (C)40                      (D)55。

16. 已知 A 跟 B 兩點落在直線  $L_1: 3x+4y-6=0$  上，C 跟 D 兩點落在直線  $L_2: 3x+4y-11=0$  上，如圖(二)所示。若四邊形 ABCD 為正方形，則其邊長為多少？

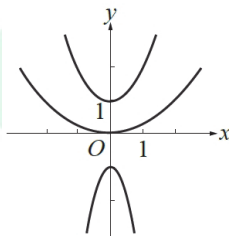
(A)1                      (B)3                      (C)4                      (D)5。



圖(二)

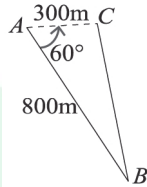
17. 已知三個二次函數  $y=ax^2+1$ ， $y=bx^2$ ， $y=cx^2-1$ ，其中  $a$ 、 $b$ 、 $c$  為實數，如圖(三)所示，請判斷  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的大小關係。

(A) $a < b < c$                       (B) $a > b > c$                       (C) $b < a < c$                       (D) $b > a > c$ 。



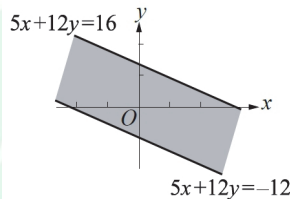
圖(三)

18. 小仲規劃從 A 地直線出發到 C 地，但 AC 路段在重鋪馬路，無法通行，只好先繞到 B 地再到 C 地。已知 AC 路段的直線距離為 300 公尺，AB 路段的直線距離為 800 公尺，且 AB 路段與 AC 路段夾角為  $60^\circ$ ，如圖(四)所示。若 BC 路段也是一條直線，試問小仲比原規劃路線多走了多少公尺？
- (A)700                      (B)1100                      (C)1200                      (D)1800。



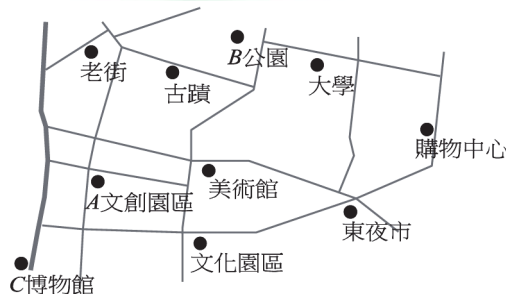
圖(四)

19. 在坐標平面上，二元一次聯立不等式  $\begin{cases} 5x+12y \leq 16 \\ 5x+12y \geq -12 \end{cases}$  的解如圖(五)深色區域，下列選項中哪一個圓，完全落在此深色區域內？
- (A) $(x+2)^2+(y-1)^2=1$                       (B) $(x-1)^2+(y-1)^2=1$   
 (C) $x^2+y^2=1$                                       (D) $(x-3)^2+(y+2)^2=1$ 。



圖(五)

20. 如圖(六)所示，已知文創園區在地圖上是 A 點，公園是 B 點，博物館是 C 點，試問哪一個向量  $\vec{PQ}$  與向量  $\vec{AB} + \vec{BC}$  最相近(意即方向與大小最接近)？
- (A)P：古蹟，Q：老街                      (B)P：文化園區，Q：東夜市  
 (C)P：購物中心，Q：東夜市                      (D)P：美術館，Q：文化園區。



圖(六)

21. 某公司在年底時宣布全體員工隔年的月薪皆增加 5000 元。已知調薪前，全體員工月薪的算術平均數為 47500 元、母體標準差為 3000 元。若調薪後，月薪的算術平均數為  $x$  元、母體標準差為  $y$  元，則下列敘述何者正確？  
 (A)  $x < 47500$  ;  $y = 3000$  (B)  $x = 47500$  ;  $y < 3000$   
 (C)  $x > 47500$  ;  $y > 3000$  (D)  $x > 47500$  ;  $y = 3000$ 。
22. 小慈與小巴各投擲一顆六面的公正骰子一次(即 1 到 6 點出現的機會相等)，誰擲出的點數大即為優勝的一方，倘若雙方的點數相同則視為平手。在雙方擲出的點數和為 9 或 10 的條件下，小慈勝出的機率為何？  
 (A)  $\frac{1}{6}$  (B)  $\frac{2}{5}$  (C)  $\frac{3}{7}$  (D)  $\frac{1}{2}$ 。
23. 小安打算到遊樂園完整體驗「海盜船」、「雲霄飛車」、「摩天輪」、「碰碰車」、「小火車」與「旋轉木馬」這六樣設施，每玩完一樣設施就接著玩下一樣，且不重複搭乘。由於小安覺得「海盜船」與「雲霄飛車」較為刺激，因此這兩樣設施不會連續搭乘。試問小安的遊玩行程有幾種安排方式？  
 (A)240 (B)480 (C)560 (D)720。
24. 某間中式喜餅店推出 A、B 兩種新口味的糕餅，其製作成本與獲利如表(一)。已知店家想將這兩種糕餅的總數量限制在 28 個(含)以內、總製作成本限制在 3000 元(含)以下。若這兩種新產品最後都銷售一空，則販賣這兩種糕餅所獲得的最大利潤為多少元？  
 (A)2340 (B)2360 (C)2380 (D)2400。

	製作成本	獲利
A 口味糕餅 1 個	100 元	80 元
B 口味糕餅 1 個	120 元	90 元

表(一)

25. 某次考試，老師出了一張滿分為 100 分的試卷，但因考後成績不理想，因此進行全班成績調整，若原始成績為  $x$  分，則調整後成績為  $50 \times \log_{10} x$  的整數部分。已知這次考試沒有人缺考且最低分數為 2 分，則下列敘述何者錯誤？  
 (A)考 100 分的同學調整前後的分數不變  
 (B)考 10 分的同學調整後的分數不到 60 分  
 (C)調整後全班的最低分是 16 分  
 (D)若某同學的原始成績是 16 分，則其調整後的成績為 60 分。

數學(B)－【解答】

- 1.(A) 2.(A) 3.(A) 4.(B) 5.(D) 6.(C) 7.(D) 8.(C) 9.(D) 10.(B)  
 11.(D) 12.(B) 13.(D) 14.(C) 15.(B) 16.(A) 17.(B) 18.(C) 19.(A) 20.(C)  
 21.(D) 22.(C) 23.(B) 24.(A) 25.(C)

# 113 學年度四技二專統一入學測驗

## 數學 (B) 試題詳解

- 1.(A) 2.(A) 3.(A) 4.(B) 5.(D) 6.(C) 7.(D) 8.(C) 9.(D) 10.(B)  
 11.(D) 12.(B) 13.(D) 14.(C) 15.(B) 16.(A) 17.(B) 18.(C) 19.(A) 20.(C)  
 21.(D) 22.(C) 23.(B) 24.(A) 25.(C)

1.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 10 \Rightarrow (x, 1) \cdot (2, y) = 10 \Rightarrow 2x + y = 10$

2. 我們(x)與惡(2)的距離 =  $|x - 2|$

善(3)與惡(2)的距離 =  $|3 - 2|$

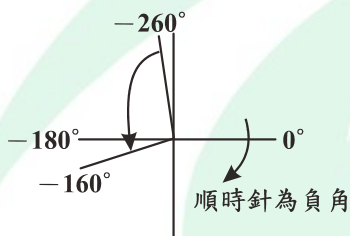
我們與惡的距離小於善與惡的距離  $\Rightarrow |x - 2| < |3 - 2|$

3.  $\theta : 50^\circ \Rightarrow 100^\circ$

$2\theta - 360^\circ : -260^\circ \Rightarrow -160^\circ$

$\sin(2\theta - 360^\circ) : \sin(-260^\circ) \Rightarrow \sin(-180^\circ) \Rightarrow \sin(-160^\circ)$

正  $\Rightarrow$  0  $\Rightarrow$  負



4.  $m_1 = -1$

$L_3 \perp L_2 \Rightarrow$  因  $L_1 // L_2$ , 則  $L_1 \perp L_3 \Rightarrow m_1 \cdot m_3 = -1 \Rightarrow m_3 = 1$

由點斜式

$L_3 : y - 114 = 1(x - 113) \Rightarrow x - y + 1 = 0$

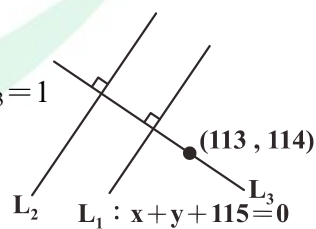
令  $y = 0$  :  $x$  軸截距 =  $-1$

5.  $f(x)$  除以  $(x-1)$  餘 2  $\Rightarrow f(1) = 2$   
 $f(x)$  除以  $(x-2)$  餘 1  $\Rightarrow f(2) = 1$  } 代入選項檢驗

(D)  $f(x) = 2024(x-1)(x-2) - (x-2) + 1$

$f(1) = 2024 \cdot 0 \cdot (-1) - (-1) + 1 = 2$  (合)

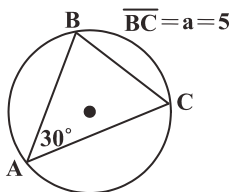
$f(2) = 2024 \cdot 1 \cdot 0 - 0 + 1 = 1$  (合)



6. 由正弦定理

$$2R = \frac{a}{\sin A} = \frac{5}{\sin 30^\circ} = \frac{5}{\frac{1}{2}} = 10$$

$\therefore R = 5$ , 圓面積 =  $\pi R^2 = \pi \cdot 5^2 = 25\pi$



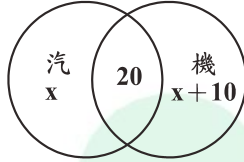
7. 設  $n$  年後小倩的月薪最接近 8 萬元

$$40000 \times (1.02)^n \doteq 80000 \Rightarrow \log(1.02)^n \doteq \log 2 \Rightarrow n \cdot \log 1.02 \doteq \log 2$$

$$\Rightarrow n \doteq \frac{\log 2}{\log 1.02} = \frac{0.3010}{0.0086} = 35$$

8. 設僅有汽車的車主有  $x$  位

全部 100 位  $\Rightarrow$



$$\Rightarrow 100 = x + 20 + (x + 10) \Rightarrow 100 = 2x + 30 \Rightarrow x = 35$$

9.  $x^2 + 3x + c = 0 \quad \begin{cases} \alpha + \beta = -3 \\ \alpha \beta = c \end{cases}$

$$\text{由 } \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 1 \Rightarrow \frac{\alpha + \beta}{\alpha \beta} = 1 \Rightarrow \frac{-3}{c} = 1 \Rightarrow c = -3$$

10. (1) A, C 在  $L: 2x - 3y - 6 = 0$  同側

$$\Rightarrow (2a_1 - 3a_2 - 6)(2 \cdot 1 - 3 \cdot 3 - 6) > 0$$

$$\Rightarrow (2a_1 - 3a_2 - 6)(-13) > 0 \quad \text{兩邊同除以 } (-13)$$

$$\Rightarrow 2a_1 - 3a_2 - 6 < 0$$

(2) B, C 在  $L: 2x - 3y - 6 = 0$  異側

$$\Rightarrow (2b_1 - 3b_2 - 6)(2 \cdot 1 - 3 \cdot 3 - 6) < 0$$

$$\Rightarrow (2b_1 - 3b_2 - 6)(-13) < 0 \quad \text{兩邊同除以 } (-13)$$

$$\Rightarrow 2b_1 - 3b_2 - 6 > 0$$

點  $(2a_1 - 3a_2 - 6, 2b_1 - 3b_2 - 6)$

$\Rightarrow$  點(負, 正)

$\Rightarrow$  點落在第二象限

11. 小麥先生買 2 罐飲料價格為  $x$  元與  $(x - 10)$  元

結帳金額 = 價格高者原價, 價格低者打 7 折

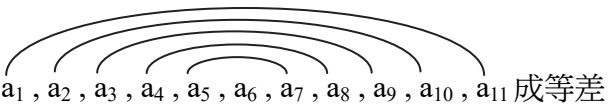
$$= x + (x - 10)(0.7)$$

12.  $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$  兩者都要

$$20x + 12y \leq 70 \Rightarrow 10x + 6y \leq 35$$

	$6y \leq 25$	$6y \leq 15$	$6y \leq 5$
x	1	2	3
y	1~4	1~2	不合

故數對  $(x, y)$  有 6 種可能性

13.   $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}, a_{11}$  成等差

$$\begin{array}{c} \parallel \\ 88 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} a_5 = 88 - d \\ a_7 = 88 + d \end{array} \right\} a_5 + a_7 = 176$$

⋮

⋮

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 88 - 5d \\ a_{11} = 88 + 5d \end{array} \right\} a_1 + a_{11} = 176$$

∴ 三年級學生人數 =  $176 \times 5$  (組) +  $88 = 968$

14.  $\theta = 240^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{4\pi}{3}$

$$\widehat{AB} = r \cdot \theta = 100 \cdot \frac{4\pi}{3} = \frac{400\pi}{3}$$

$$\text{來回算一趟} = \frac{800\pi}{3}$$

$$\frac{800\pi}{3} \times x > 8000 \Rightarrow x > \frac{8000}{\frac{800\pi}{3}} \doteq 9.55 \Rightarrow \text{最小 } x = 10$$

15. 甜湯有 3 種；配料有 5 種

$$\left. \begin{array}{l} \text{選 1: } C_1^3 \\ \text{選 2: } C_2^5 \end{array} \right\}$$

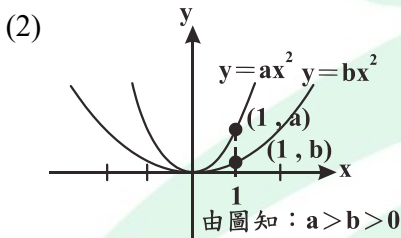
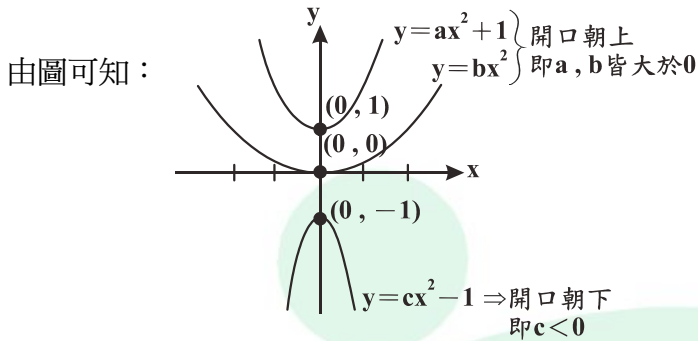
$$\text{綜合豆花搭配可能性} = C_1^3 \cdot C_2^5 = 30$$

16.  $\left. \begin{array}{l} L_1: 3x + 4y - 6 = 0 \\ L_2: 3x + 4y - 11 = 0 \end{array} \right\} d(\text{平行線}) = \frac{|-6 - (-11)|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1 = \text{正方形 ABCD 之邊長}$

ALeader

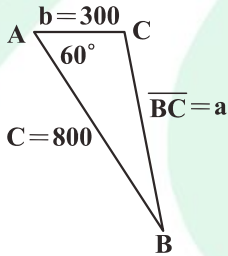


$$17. (1) \text{代入 } x=0 \begin{cases} y=ax^2+1 \Rightarrow y=1 \\ y=bx^2 \Rightarrow y=0 \\ y=cx^2-1 \Rightarrow y=-1 \end{cases}$$



由(1), (2)  $\Rightarrow a > b > c$

18.



由餘弦定理： $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2b \cdot c}$

$$\Rightarrow \cos 60^\circ = \frac{1}{2} = \frac{90000 + 640000 - a^2}{2 \cdot 300 \cdot 800}$$

$$\Rightarrow 730000 - a^2 = 240000$$

$$\Rightarrow a^2 = 490000$$

$$\Rightarrow a = 700$$

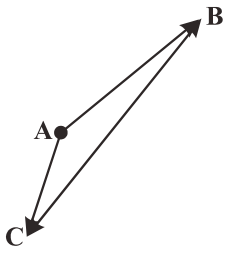
小仲比原規劃路線多走之距離  $= c + a - b = 800 + 700 - 300 = 1200$ (公尺)

19. 圓心 O 至  $\begin{cases} L_1: 5x + 12y - 16 = 0 \text{ 之距離} = d_1 \\ L_2: 5x + 12y + 12 = 0 \text{ 之距離} = d_2 \end{cases}$

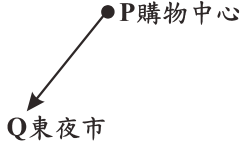
$$(A) O(-2, 1), r=1 \begin{cases} d_1 = \frac{|5(-2) + 12 \cdot 1 - 16|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{14}{13} > r \\ d_2 = \frac{|5(-2) + 12 \cdot 1 + 12|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{14}{13} > r \end{cases}$$

$\therefore$  此圓完全落在深色區域內

20. (1)  $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$



(2)  $\vec{PQ}$  與  $\vec{AC}$  最接近



21. 隔年月薪"皆"增加 5000 元

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{算術平均數增加5000元} \\ \text{母體標準差不受平移影響，故不變} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 47500 \\ y = 3000 \end{cases}$$

22. 點數和=9 點或 10 點

小慈 小巴      小慈 小巴

(3, 6)      (4, 6)

※(6, 3)      ※(6, 4)

(4, 5)      (5, 5)

※(5, 4)

※為小慈勝出  $\Rightarrow P = \frac{3}{7}$

23. ↙      ↙      ↙      ↙      ↙

摩天輪，碰碰車，小火車，旋轉木馬  $\Rightarrow$  先排 =  $4! = 24$

海盜船，雲霄飛車  $\Rightarrow$  插空且可互換：  $P_2^5 = 20$

遊玩行程 =  $24 \times 20 = 480$

24. 令 A 口味糕餅製作  $x$  個

B 口味糕餅製作  $y$  個

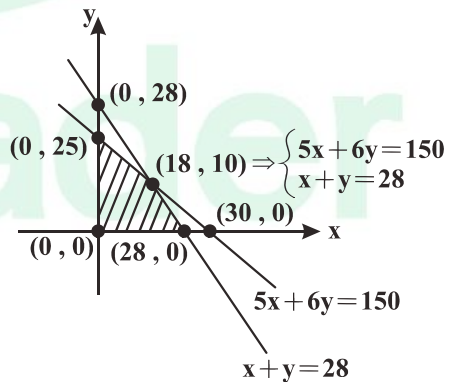
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 100x + 120y \leq 3000 \\ x + y \leq 28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 5x + 6y \leq 150 \\ x + y \leq 28 \end{cases}$$

$$f(x, y) = 80x + 90y$$

$$f(28, 0) = 2240$$

$$f(18, 10) = 2340 \cdots \text{最大利潤}$$

$$f(0, 25) = 2250$$



25.  $y = 50 \cdot \log_{10} x$

(A)  $x = 100 \Rightarrow y = 50 \cdot \log_{10} 100 = 50 \times 2 = 100$

(B)  $x = 10 \Rightarrow y = 50 \cdot \log_{10} 10 = 50 \times 1 = 50$

(C)  $x = 2 \Rightarrow y = 50 \cdot \log_{10} 2 = 50(0.3010) = 15.05$

(D)  $x = 16 \Rightarrow y = 50 \cdot \log_{10} 16 = 50 \log_{10} 2^4 = 200 \log_{10} 2 = 200(0.3010) = 60.2$

