

112 學年度四技二專統一入學測驗

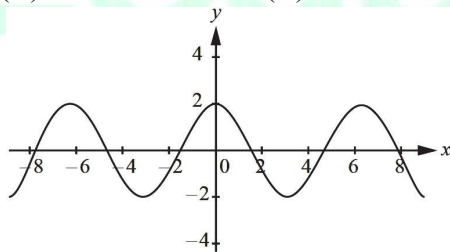
數學 (A) 試題

數學 A 參考公式

1. 點 $P(x_0, y_0)$ 到直線 $L: ax + by + c = 0$ 的距離為 $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

2. 設有一組抽樣資料 x_1, x_2, \dots, x_N , 則其算術平均數 $\mu = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}$

1. 試問多項式 $f(x) = (9x^2 + 1)(2x - 3) + 6$ 除以 $9x^2 + 1$ 的商式為何？
 (A) -6 (B) 6 (C) $2x + 3$ (D) $2x - 3$ 。
2. 國民健康署建議我國成人身體質量指數(BMI)應維持在 $18.5(\text{kg}/\text{m}^2)$ 及 $24(\text{kg}/\text{m}^2)$ 之間, BMI = 體重/身高平方(kg/m^2)。若某籃球隊隊員身高為 2 公尺(m)、體重為 x 公斤(kg), 則 x 在下列哪一個範圍時, 其 BMI 一定落在前述建議範圍內？
 (A) $74 < x < 96$ (B) $80 < x < 102$ (C) $88 < x < 110$ (D) $96 < x < 118$ 。
3. 下列不等式的圖解何者沒有經過第二象限？
 (A) $y \geq 2x - 3$ (B) $y \geq 2x + 3$ (C) $y \leq 2x - 3$ (D) $y \leq 2x + 3$ 。
4. 曉鈴要去參加某部落的聚會, 她有黃、綠、紅三頂小花帽, 也有長袖與短袖兩件衣服, 以及單片和雙片兩件圍裙。若曉鈴穿戴一頂小花帽、一件衣服及一件圍裙時, 則曉鈴有幾種不同的搭配方式？
 (A) 12 (B) 24 (C) 36 (D) 48。
5. 若直線 $L: \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{y}{\sqrt{2}} = 1$, 則點 $(-1, -1)$ 至直線 L 的距離為何？
 (A) $\sqrt{2}$ (B) $1 + \sqrt{2}$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) $2 + \sqrt{2}$ 。
6. 下列何者在數線上與 -2 的距離為 3, 與 3 的距離為 2？
 (A) -5 (B) 0 (C) 1 (D) 5 。
7. 若 $a = \sin 137^\circ$, 則 a 與下列哪一個數值相等？
 (A) $\sin 43^\circ$ (B) $\cos 43^\circ$ (C) $-\sin 43^\circ$ (D) $-\cos 43^\circ$ 。
8. 圖(一)與下列哪一個函數之圖形相同？
 (A) $\sin 2x$ (B) $2\sin x$ (C) $\cos 2x$ (D) $2\cos x$ 。

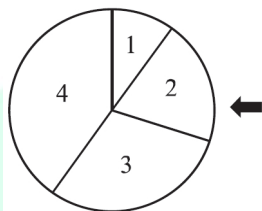


圖(一)

9. 若 $\langle a_n \rangle$ 為一數列，且其前 n 項和為 $S_n = n^2 + n - 4$ ，則 $a_9 = ?$
 (A)18 (B)15 (C)12 (D)9。
10. 學生會舉辦電影欣賞，場地最多容納 200 人，依經驗每張門票定價 50 元，可將 200 張全數售出，但會虧損 5400 元。已知將門票定價每提高 1 元，售出門票就會減少 1 張。若學生會不想虧損，且每張門票訂為 x 元，則 x 應滿足下列哪一個不等式？
 (A) $x > 140$ (B) $x < 110$
 (C) $(x - 50)(200 - x) \geq 15400$ (D) $x(250 - x) \geq 15400$ 。
11. 某醫院有實習醫師 5 人，實習護理師 6 人。若從中選派 3 人到偏鄉服務，其中實習醫師最多派 2 人，則有多少種選派方法？
 (A)155 (B)165 (C)175 (D)185。
12. 若 $f(x) = a(x - 1)^2 + 2$ ，其中 $a < 0$ ，則下列何者可能為 $f(x)$ 之函數圖形上的點？
 (A)(0, 0) (B)(1, 0) (C)(3, 2) (D)(3, 4)。
13. 若直線 $L: y - 3 = m(x - 2)$ 與圓 $C: (x - 2)^2 + (y - 8)^2 = 5$ 相切，則 $|m| = ?$
 (A)1 (B)2 (C)3 (D)4。
14. 若 $f(x)$ 與 $g(x)$ 皆為二次多項式， $f(x) - g(x) = 2(x - 1)$ ， $f(x) + g(x) = 2x(x - 1)$ ，則 $3f(-1) + 2g(-1) = ?$
 (A)0 (B)2 (C)5 (D)8。
15. 若 $x^3 + 9x^2 + 26x + 24$ 除以 $x - 1$ 之餘式為 a ，除以 $x + 1$ 之餘式為 b ，則 $a - b = ?$
 (A)2 (B)33 (C)54 (D)66。
16. 設 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ， x 為實數，則型如 $f(x) = a^x$ 之函數，稱為以 a 為底數的指數函數。下列何者正確？
 (A)當 $a > 1$ 時， $f(x) = a^x$ 為遞減函數
 (B)當 $0 < a < 1$ 時， $f(x) = a^{-x}$ 為遞減函數
 (C) $f(x) = a^{-x} < 0$
 (D) $f(x) = a^x$ 與 $f(x) = a^{-x}$ 的圖形對稱於 y 軸。
17. 試求 $\log_9 49 \times \log_8 25 \times \log_7 4 \times \log_5 3 = ?$
 (A) $\frac{2}{3}$ (B)1 (C) $\frac{4}{3}$ (D)2。
18. 投擲一粒公正骰子之樣本空間為 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 。已知 A 為點數大於或等於 4 的事件， B 是點數不為 3 的倍數的事件， C 為偶數點數的事件，試求 $A \cap B \cap C$ 為何？
 (A) ϕ (B) $\{4\}$ (C) $\{2, 6\}$ (D) $\{2, 4, 5, 6\}$ 。

19. 今有一圓盤如圖(二)標號為 1、2、3 及 4 的四個區域。若隨機旋轉圓盤後，右方箭頭指向 x 標號區域之機率為 $\frac{x}{10}$ ，即可得 2x 分，則旋轉一次可得分數的期望值為何？

(A)1 (B)3 (C)6 (D)9。



圖(二)

20. 根據交通部中央氣象局 2022 年 6 月份四個都市氣溫觀測站的資料，製成如表(一)之氣溫(°C)統計摘要表，試問哪一個都市氣溫觀測站在該月份的氣溫變化最小？

(A)臺北 (B)臺中 (C)臺南 (D)高雄。

統計量	2022 年 6 月份氣溫(°C)			
	臺北	臺中	臺南	高雄
最大值	35.8	34.6	33.8	34.8
最小值	20.2	22.6	23.9	23.7
平均數	28.1	28.0	29.2	28.6
中位數	28.5	28.2	29.8	28.8

表(一)

21. 某公司有兩種不同工作屬性的員工，分別為行銷業務員 500 名與作業員 1000 名。假設不同工作屬性的員工對同一件事的意見差異較大，且相同工作屬性的員工對同一件事的意見差異較小。今欲選取 300 名員工對公司滿意度進行調查，老闆利用隨機亂數表分別在行銷業務員中抽出 100 名，在作業員中抽出 200 名。試問此抽樣方式屬於下列哪一種方法？

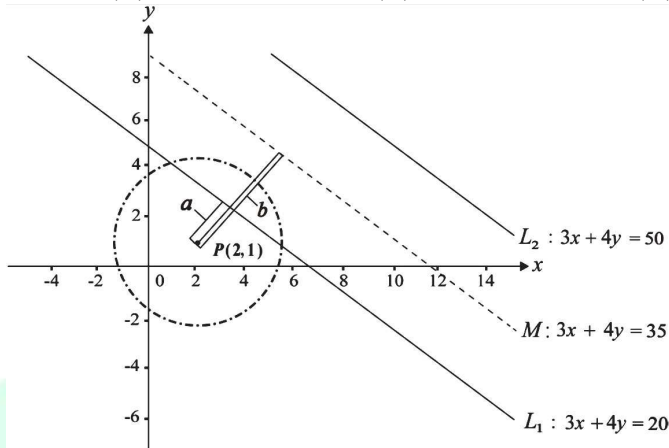
(A)部落抽樣 (B)分層隨機抽樣 (C)簡單隨機抽樣 (D)系統抽樣。

22. 若以點(-2, -2)與點(4, 6)為直徑的圓方程式為 $C: (x-a)^2 + (y-b)^2 = c^2$ ，則 $a + b + c$ 之值可能為何？

(A)9 (B)8 (C)7 (D)6。

23. 因應某地下管線施工，施工單位繪製以公尺為單位的圖(三)，其中道路邊線 L_1 為 $3x+4y=20$ 和 L_2 為 $3x+4y=50$ ，道路中線 M 為 $3x+4y=35$ 。為配合工程安全，施工時須圍出一個以點 $P(2,1)$ 為圓心、半徑為 r 的圓形區域。在圖(三)中圓形區域只能影響到一個車道的情況下，即圓形區域的半徑 r 滿足 $a < r \leq b$ ，試求 $a+b$ 之最大值為何？

- (A)7 (B)12 (C)17 (D)22。



圖(三)

24. 某研討會會場有 330 個座位，且每一排座位數會比其前一排多 3 個。若第 5 排有 27 個座位，則此會場總計有幾排座位？
 (A)14 (B)13 (C)12 (D)11。
25. 張同學從某個星期日開始，規劃連續 7 天來進行數學、英文及國文三科模擬測驗，每天只考一個科目，且不能連續兩天考同一個科目，試問星期一和星期五都考數學的規劃有幾種？
 (A)32 (B)24 (C)18 (D)12。

數學(A)－【解答】

- 1.(D) 2.(A) 3.(C) 4.(A) 5.(B) 6.(C) 7.(A) 8.(D) 9.(A) 10.(D)
 11.(A) 12.(A) 13.(B) 14.(D) 15.(C) 16.(D) 17.(C) 18.(B) 19.(C) 20.(C)
 21.(B) 22.(B) 23.(A) 24.(D) 25.(B)

112 學年度四技二專統一入學測驗

數學(A) 試題詳解

- 1.(D) 2.(A) 3.(C) 4.(A) 5.(B) 6.(C) 7.(A) 8.(D) 9.(A) 10.(D)
 11.(A) 12.(A) 13.(B) 14.(D) 15.(C) 16.(D) 17.(C) 18.(B) 19.(C) 20.(C)
 21.(B) 22.(B) 23.(A) 24.(D) 25.(B)

1. $f(x) = (9x^2 + 1)(2x - 3) + 6$

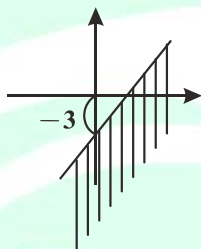
被除式 除式 商式 餘式

2. $18.5 < \frac{x}{2^2} < 24 \xrightarrow{\times 4} 74 < x < 96$

3. $y = 2x - 3$ y 截距 -3

不過 II \Rightarrow 在 $y = 2x - 3$ 之下

$y \leq 2x - 3$



4. $3 \times 2 \times 2 = 12$

5. $\frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{y}{\sqrt{2}} = 1 \Rightarrow x + y - \sqrt{2} = 0$

$d = \frac{|-1-1-\sqrt{2}|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} + 1 = 1 + \sqrt{2}$

6. $\left. \begin{array}{l} |x - (-2)| = 3 \Rightarrow x = 1 \text{ or } -5 \\ |x - 3| = 2 \Rightarrow x = 5 \text{ or } 1 \end{array} \right\} \Rightarrow x = 1$

7. $a = \sin 137^\circ = \sin(180^\circ - 43^\circ) = +\sin 43^\circ$

8. 如圖，振幅為 2，又通過 $(0, 2) \Rightarrow y = 2\cos x$

9. $a_n = S_n - S_{n-1} \Rightarrow a_9 = S_9 - S_8 = (9^2 + 9 - 4) - (8^2 + 8 - 4) = 18$

10. 原收入 $200 \times 50 = 10000$ ，但虧 5400 \Rightarrow 成本為 15400

提高 a 元 \Rightarrow 減少 a 張 $\Rightarrow (50 + a)(200 - a) \geq 15400$

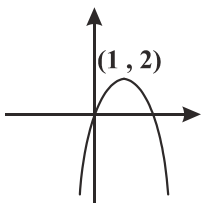
又 $50 + a = x \Rightarrow a = x - 50 \Rightarrow 200 - a = 200 - (x - 50) = 250 - x$

$\Rightarrow x(250 - x) \geq 15400$

11. 醫師 護理師

$$\left. \begin{array}{ll} 2 & 1 \rightarrow C_2^5 \times C_1^6 = 60 \\ 1 & 2 \rightarrow C_1^5 \times C_2^6 = 75 \\ 0 & 3 \rightarrow C_3^6 = 20 \end{array} \right\} \text{共 } 60 + 75 + 20 = 155$$

12. $f(x) = a(x-1)^2 + 2$ $a < 0$ 拋物線頂點(1, 2)
開口向下



依圖形看(1, 0), (3, 2), (3, 4)皆不可能

13. $L: y - 3 = m(x - 2)$ 過(2, 3)

(2, 3)代入圓C $\Rightarrow 0 + (-5)^2 > 5 \Rightarrow$ 點在圓外

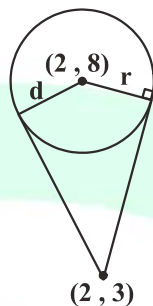
$L: mx - y + (3 - 2m) = 0$

C: 圓心(2, 8), $r = \sqrt{5}$

$$d = r \Rightarrow \frac{|2m - 8 + 3 - 2m|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow 5 = \sqrt{5m^2 + 5} \Rightarrow 25 = 5m^2 + 5 \Rightarrow m^2 = 4$$

$$\Rightarrow m = \pm 2 \Rightarrow |m| = 2$$



14. $f(x) - g(x) = 2(x - 1) \Rightarrow f(-1) - g(-1) = -4 \dots (1)$

$f(x) + g(x) = 2x(x - 1) \Rightarrow f(-1) + g(-1) = 4 \dots (2)$

$$\frac{(1)+(2)}{2} : f(-1) = 0, \frac{(2)-(1)}{2} : g(-1) = 4$$

$$3f(-1) + 2g(-1) = 3 \times 0 + 2 \times 4 = 8$$

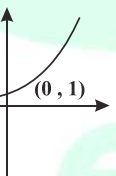
15. 令 $f(x) = x^3 + 9x^2 + 26x + 24$

$f(x) \div (x - 1) \dots f(1) = a \Rightarrow 1 + 9 + 26 + 24 = a \Rightarrow a = 60$

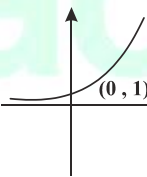
$f(x) \div (x + 1) \dots f(-1) = b \Rightarrow -1 + 9 - 26 + 24 = b \Rightarrow b = 6$

$$a - b = 60 - 6 = 54$$

16. $f(x) = a^x$, 若 $a > 1 \Rightarrow$ (A) 錯



$f(x) = a^{-x} = \left(\frac{1}{a}\right)^x$, 若 $0 < a < 1 \Rightarrow \frac{1}{a} > 1 \Rightarrow$ (B) 錯



$f(x) = a^{-x} = \frac{1}{a^x}$, 若 $a > 0$, 則 a^x 必 $> 0 \Rightarrow$ (C) 錯

若兩函數圖形 $x \leftrightarrow -x$, 則對稱 y 軸 \Rightarrow (D) 對

$$17. \text{原式} = \frac{\log 49}{\log 9} \times \frac{\log 25}{\log 8} \times \frac{\log 4}{\log 7} \times \frac{\log 3}{\log 5}$$

$$= \frac{2\log 7}{2\log 3} \times \frac{2\log 5}{3\log 2} \times \frac{2\log 2}{\log 7} \times \frac{\log 3}{\log 5} = \frac{4}{3}$$

$$18. A = \{4, 5, 6\} \quad B = \{1, 2, 4, 5\} \quad C = \{2, 4, 6\}$$

$$A \cap B \cap C = \{4\}$$

$$19. x \text{ 號} \Rightarrow \text{機率} \frac{x}{10} \Rightarrow \text{得 } 2x \text{ 分}$$

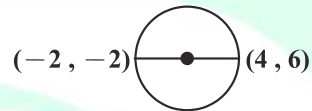
$$\text{期望值} = \frac{1}{10} \times 2 + \frac{2}{10} \times 4 + \frac{3}{10} \times 6 + \frac{4}{10} \times 8 = \frac{2+8+18+32}{10} = 6$$

20. 氣溫變化小 \Rightarrow 全距小 \Rightarrow 臺南 33.8~23.9 最小

21. 不同工作屬性的分層中，按人數比例各抽一部份 \Rightarrow 為分層抽樣

$$22. \text{圓心為} \left(\frac{-2+4}{2}, \frac{-2+6}{2} \right) = (1, 2)$$

$$\text{半徑 } r = \sqrt{(4-1)^2 + (6-2)^2} = 5$$



$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = 5^2 \Rightarrow a=1, b=2, c=5$$

$$a+b+c=8$$

$$23. \text{如圖 P 至直線 M 的距離} \frac{|3 \times 2 + 4 \times 1 - 35|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 5 = b$$

$$\text{P 至直線 } L_1 \text{ 的距離} \frac{|3 \times 2 + 4 \times 1 - 20|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2 = a$$

$$a < r \leq b \Rightarrow 2 < r \leq 5 \Rightarrow a+b=2+5=7$$

$$24. \text{依題意公差 } d=3, a_5 = a_1 + 4d = 27$$

$$\Rightarrow a_1 + 4 \times 3 = 27 \Rightarrow a_1 = 15$$

$$\text{等差級數和 } S_n = \frac{[2a_1 + (n-1)d]n}{2} = \frac{[30 + (n-1) \times 3] \times n}{2} = 330$$

$$(27+3n) \times n = 660 \Rightarrow (n+9)n = 220 \Rightarrow n^2 + 9n - 220 = 0$$

$$(n+20)(n-11) = 0 \quad n = 11 \text{ (排)}$$

25. 日一二三四五六

數 數 日 二 四 六

$$(1) \text{若周三考數學} \Rightarrow 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

日 二 三 四 六

$$(2) \text{若周三考國或英} \Rightarrow 2 \times 1 \times 2 \times 1 \times 2 = 8$$

$$\Rightarrow 16 + 8 = 24$$