

111 學年度四技二專統一入學測驗 數學 (B) 試題

數學 B 參考公式

1. 點 $P(x_0, y_0)$ 到直線 $L: ax + by + c = 0$ 的距離為 $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

2. 有一組母體資料 x_1, x_2, \dots, x_N , 其算術平均數為 μ , 則母體標準差為 $\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}}$

3. 首項為 a_1 , 公差為 d 的等差數列, 第 n 項為 $a_n = a_1 + (n-1)d$, 前 n 項之和為 $S_n = \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2}$

4. $\triangle ABC$ 的面積 = $\frac{1}{2} ab \sin C$

5. $\triangle ABC$ 的餘弦定理: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

1. 下列哪一個向量不是單位向量?

(A) $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ (B) $(-1, 0)$ (C) $(\frac{3}{5}, \frac{-4}{5})$ (D) $(\cos 30^\circ, \sin 30^\circ)$ 。

2. 已知等差數列 $\langle a_n \rangle$ 的首項為 -1 , 公差為 3 , 試求等差級數 $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{21} = ?$

(A) 154 (B) 319 (C) 580 (D) 609。

3. 若不等式 $|7x - a| < 28$ 之解為 $b < x < 5$, 則點 (b, a) 屬於哪一象限?

(A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限。

4. 若過 $A(3, -a)$ 、 $B(1, 10)$ 兩點之直線與直線 $L: y = 2ax + 7$ 平行, 則 $a = ?$

(A) 4 (B) 2 (C) -2 (D) -4 。

5. 若直線 $L_1: ax + 2y + 12 = 0$ 與直線 $L_2: 2x - 8y - 6 = 0$ 垂直, 則點 $(1, -9)$ 到直線 L_1 的距離為何?

(A) $\frac{\sqrt{23}}{23}$ (B) $\frac{\sqrt{21}}{21}$ (C) $\frac{\sqrt{19}}{19}$ (D) $\frac{\sqrt{17}}{17}$ 。

6. 已知 $f(x)$ 是一個二次多項式, 且 $f(1) = f(-2) = 0$, $f(2) = 8$, 則 $x + 3$ 除 $f(x)$ 的餘式為何?

(A) -8 (B) -2 (C) 4 (D) 8。

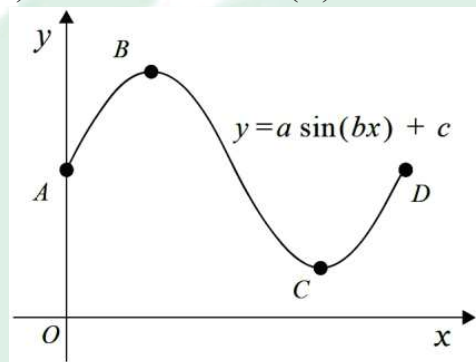
7. 若圓 $x^2 + y^2 - 6x + 2ay - 7 = 0$ 的圓心在 x 軸上, 則此圓的面積為何?

(A) 4π (B) 16π (C) 49π (D) 64π 。

8. 已知直角三角形的三個頂點為 $A(1, 2)$ 、 $B(4, 7)$ 、 $C(a, 5)$, 且 \overline{BC} 為斜邊, 則 $a = ?$

(A) -4 (B) -3 (C) 3 (D) 4。

9. 若 $P(-99, 87)$ 是標準位置角 θ 終邊上的點，則點 $Q(5\sin \theta - 6\cos \theta, 7\cos \theta + 8\tan \theta)$ 落在第幾象限？
 (A)第一象限 (B)第二象限 (C)第三象限 (D)第四象限。
10. 設 $f(x) = \log_3 x$ 。若 $f(a) = 6$ 、 $f(b) = 2$ 且 $f(c) = 5$ ，則 $f\left(\frac{\sqrt[3]{a} \times b^2}{c}\right) = ?$
 (A)6 (B)5 (C)2 (D)1。
11. 若函數 $f(x) = x^2 + ax + 4$ 之圖形頂點為 $(3, b)$ ，則函數 $f(x)$ 之最小值為何？
 (A)-6 (B)-5 (C)-4 (D)-3。
12. 若一元一次方程式 $2k^2x + k^2 = (1-k)x + 1$ 無解，則 $4k^3 + k + 1 = ?$
 (A)-4 (B)1 (C)2 (D)6。
13. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = 2$ 、 $\overline{AC} = 2\sqrt{3}$ 且其面積為 3，則 \overline{BC} 可能之值為何？
 (A) $\sqrt{16-4\sqrt{3}}$ (B) $\sqrt{16-2\sqrt{3}}$ (C) $\sqrt{16+2\sqrt{3}}$ (D) $\sqrt{16+3\sqrt{3}}$ 。
14. 甲生在某次實驗中描繪出下圖(一)，是 $y = a \sin(bx) + c$ ， $0 \leq x \leq 4\pi$ 的曲線圖形，圖中所示 A、B、C、D 四點分別是左端點、最高點、最低點、右端點。若它們的坐標分別為 $A(0, 3)$ 、 $B(\pi, 5)$ 、 $C(3\pi, 1)$ 、 $D(4\pi, 3)$ ，則 $a + 2b + c = ?$
 (A)4 (B)5 (C)6 (D)7。



圖(一)

15. 已知多項式 $f(x)$ 除以 $2x + 3$ ，得商式為 $x^3 - x$ ，餘式為 6。若 $f(x)$ 除以 $x^2 + 3$ 的商式為 $q(x)$ ，餘式為 $r(x)$ ，則 $q(x) - r(x) = ?$
 (A) $2x^2 + 15x - 38$ (B) $2x^2 - 9x - 38$ (C) $2x^2 + 15x + 22$ (D) $2x^2 - 9x + 22$ 。
16. 依公職人員選舉罷免法第 90 條之規定略以：「罷免案投票結果，有效同意票數多於不同意票數，且同意票數達原選舉區選舉人總數四分之一以上，即為通過」。已知某選區選舉人總數為 10000 人，試問下列哪一個投票結果表示此罷免案通過？
 (A)有效同意票數 1500 票，不同意票 1200 票
 (B)有效同意票數 2800 票，不同意票 3000 票
 (C)有效同意票數 3000 票，不同意票 2800 票
 (D)有效同意票數 3000 票，不同意票 3500 票。

17. 已知有 7 位同學修讀某進階課程，表(一)為此 7 位同學的期中及期末考試成績。關於該表的統計量敘述，下列何者正確？

- (A)期中考成績的平均數大於 81 (B)期末考成績的全距為 5
(C)期中考成績的母體標準差大於 5 (D)期末考成績的母體標準差小於 6。

	甲	乙	丙	丁	戊	己	庚
期中考	84	82	81	80	78	74	81
期末考	88	84	85	82	82	77	83

表(一)

18. 某日課堂上，老師對學生勉勵：「若每天增加百分之一的功力，則一年後至少會增加三十六倍的可觀效應；反之，每天減少百分之一的功力，則一年後至少流失現今功力的九成七」，這段勉勵運用了指數函數成長及衰退的概念，其數學上的表達最貼切下列哪一個選項？

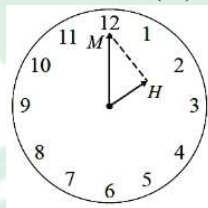
- (A) $1.01^{365} \geq 37$ 且 $0.99^{365} \leq 0.03$ (B) $365^{1.01} \leq 37$ 且 $365^{0.99} \geq 0.03$
(C) $1.01^{365} \geq 63$ 且 $0.99^{365} \leq 0.97$ (D) $365^{1.01} \leq 63$ 且 $365^{0.99} \geq 0.97$ 。

19. 小蘇為了瘦身，每餐攝取的熱量及糖量均不能超過 400 大卡及 20 克。今天小蘇去便利商店打算購買 A 食品或 B 食品各若干份，其中 A 食品標示一份 100 大卡及 8 克的糖量，B 食品標示一份 150 大卡及 6 克的糖量。試問小蘇這一餐可以怎麼搭配，來符合所設定的每餐攝取量？

- (A)A 食品 3 份，B 食品 0 份 (B)A 食品 2 份，B 食品 1 份
(C)A 食品 0 份，B 食品 3 份 (D)A 食品 1 份，B 食品 2 份。

20. 一圓形時鐘上的分針是 8 公分，時針是 5 公分，兩針的一端點固定在圓心上。試問 2 點的時候，時鐘上分針與時針的端點(如示意圖(二)中的 \overline{HM})間距離為下列何者？

- (A)5 公分 (B)6 公分 (C)7 公分 (D)8 公分。



圖(二)

21. 身高 170 公分的小游去做健康檢查，醫師說：「你的 BMI 要介於 $18.5(\text{kg}/\text{m}^2)$ 到 $24(\text{kg}/\text{m}^2)$ 之間才符合健康體位，你現在的體重太重了，必須再減 5 公斤才會符合健康體位」。已知計算公式為 $\text{BMI} = \frac{\text{體重}(\text{kg})}{\text{身高}^2(\text{m}^2)}$ ，則小游現在體重可能為幾公斤？

- (A)74 (B)75 (C)76 (D)77。

22. 「心公司」想要找設計公司製作招牌，而招牌設計中要先選擇底色，中間則是心公司的單色商標，商標下放上一排單色文字寫上心公司，如圖(三)。已知底色、商標顏色以及文字顏色的選擇有黑、藍、白、黃、紅等五種顏色，且底色不能跟商標顏色相同，也不能跟文字顏色相同，除此之外，並無其他限制。試問這個招牌的顏色設計有幾種選擇？

(A)60 (B)80 (C)100 (D)120。



圖(三)

23. 某密碼系統是透過 (p, q) 兩數字進行加解密，若系統要求 $p \times q$ 除以8餘1，其中 p, q 均為比1大且比8小的正整數，試問 (p, q) 共有幾種組合？
- (A)1 (B)2 (C)3 (D)4。
24. 一家具公司有60個書櫃，存放於桃園20個及雲林40個。從桃園送到台北及台南的運費各為每個書櫃200元及400元，而雲林送到台北及台南的運費各為每個書櫃600元及300元。該公司收到兩筆訂單，要送到台北30個以及台南20個。試問該公司運送書櫃的最少運費為多少元？
- (A)12000 (B)16000 (C)18000 (D)20000。
25. 若將「人生不如意之事十之八九」解讀為「做某件事情 N 次，不成功的次數剛好在 $\frac{8}{10}N$ 到 $\frac{9}{10}N$ 之間」。下列選項中，哪一個最符合「人生不如意之事十之八九」？
- (A)某人想要中彩券，但買了彩券10次，沒有一次中的
 (B)學生想要猜對是非題答案，猜了20題，只猜對3題
 (C)某人想要丟骰子丟出6點，丟了60次出現13次6點
 (D)同學想要抽中金色卡牌，抽了100張，抽中金色卡牌80張。

ALeader

數學(B)－【解答】

- 1.(A) 2.(B) 3.(B) 4.(C) 5.(D) 6.(D) 7.(B) 8.(A) 9.(D) 10.(D)
 11.(B) 12.(C) 13.(A) 14.(C) 15.(A) 16.(C) 17.(D) 18.(A) 19.(D) 20.(C)
 21.(A) 22.(B) 23.(C) 24.(B) 25.(B)

111 學年度四技二專統一入學測驗

數學 (B) 試題詳解

- 1.(A) 2.(B) 3.(B) 4.(C) 5.(D) 6.(D) 7.(B) 8.(A) 9.(D) 10.(D)
 11.(B) 12.(C) 13.(A) 14.(C) 15.(A) 16.(C) 17.(D) 18.(A) 19.(D) 20.(C)
 21.(A) 22.(B) 23.(C) 24.(B) 25.(B)

1. 單位向量 \Leftrightarrow 長度 = 1

$$(A) \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) \Rightarrow \text{長度} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2} \neq 1 \cdots \text{故選(A)}$$

$$(B) (-1, 0) \Rightarrow \text{長度} = \sqrt{(-1)^2 + (0)^2} = 1$$

$$(C) \left(\frac{3}{5}, \frac{-4}{5}\right) \Rightarrow \text{長度} = \sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{-4}{5}\right)^2} = 1$$

$$(D) (\cos 30^\circ, \sin 30^\circ) \Rightarrow \text{長度} = \sqrt{\cos^2 30^\circ + \sin^2 30^\circ} = 1$$

2. $a_1 = -1, d = 3$

$$a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{21} = a_1 + (a_1 + 2d) + (a_1 + 4d) + \cdots + (a_1 + 20d)$$

$$= 11a_1 + (2 + 4 + 6 + \cdots + 20)d$$

$$= 11a_1 + \frac{10(2+20)}{2}d = 11a_1 + 110d = 11(-1) + 110 \times 3 = 319$$

3. $|7x - a| < 28 \Rightarrow -28 < 7x - a < 28 \Rightarrow a - 28 < 7x < a + 28$

$$\Rightarrow \frac{a-28}{7} < x < \frac{a+28}{7} \Rightarrow b < x < 5$$

$$(1) \frac{a+28}{7} = 5 \Rightarrow a+28=35 \Rightarrow a=7;$$

$$(2) b = \frac{a-28}{7} = \frac{7-28}{7} = -3;$$

(3) $(b, a) = (-3, 7)$ 屬於第二象限

4. 過 $A(3, -a), B(1, 10)$ 之斜率 $m_1 = \frac{-a-10}{3-1} = \frac{-a-10}{2}$

$L: y = 2ax + 7$ 之斜率 $m_2 = 2a$

$$\because \text{平行} \Rightarrow m_1 = m_2 \Rightarrow \frac{-a-10}{2} = 2a \Rightarrow 4a = -a-10 \Rightarrow a = -2$$

5. $L_1: ax + 2y + 12 = 0 \Rightarrow m_1 = -\frac{a}{2}$

$L_2: 2x - 8y - 6 = 0 \Rightarrow m_2 = -\frac{2}{-8} = \frac{1}{4}$

(1) $L_1 \perp L_2 \Rightarrow m_1 \cdot m_2 = -1 \Rightarrow (-\frac{a}{2})(\frac{1}{4}) = -1 \Rightarrow \frac{a}{8} = 1 \Rightarrow a = 8$

(2) 點(1, -9)到 $L_1: 8x + 2y + 12 = 0$ 之距離 = $\frac{|8 \cdot 1 + 2(-9) + 12|}{\sqrt{8^2 + 2^2}} = \frac{1}{\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{17}}{17}$

6. $f(1) = f(-2) = 0, f(2) = 8$

令 $f(x) = k(x-1)(x+2)$

(1) $f(2) = 8 \Rightarrow k \cdot 1 \cdot 4 = 8 \Rightarrow k = 2$

(2) $f(x) = 2(x-1)(x+2)$ $x+3$ 除 $f(x)$ 的餘式 = $f(-3) = 2(-4)(-1) = 8$

7. $x^2 + y^2 - 6x + 2ay - 7 = 0$

圓心為(3, -a)在 x 軸上 $\Rightarrow -a = 0 \Rightarrow a = 0$

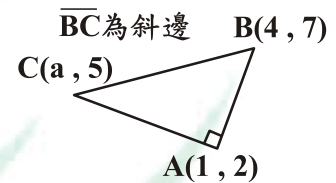
此圓: $x^2 + y^2 - 6x - 7 = 0$ 之半徑 $r = \frac{1}{2} \sqrt{(-6)^2 + (0)^2 - 4(-7)} = 4$

圓面積 = $\pi r^2 = \pi \cdot 4^2 = 16\pi$

8. $m_{\overline{AB}} = \frac{7-2}{4-1} = \frac{5}{3}$ $m_{\overline{AC}} = \frac{5-2}{a-1} = \frac{3}{a-1}$

$\overline{AB} \perp \overline{AC} \Rightarrow m_{\overline{AB}} \cdot m_{\overline{AC}} = -1 \Rightarrow (\frac{5}{3})(\frac{3}{a-1}) = -1$

$\Rightarrow \frac{5}{a-1} = -1 \Rightarrow a-1 = -5 \Rightarrow a = -4$



9. $\left. \begin{aligned} \sin \theta &= \frac{29}{k} \\ \cos \theta &= \frac{-33}{k} \end{aligned} \right\} k > 0$

$\tan \theta = -\frac{29}{33}$

Q 點 $\begin{cases} x = 5 \sin \theta - 6 \cos \theta = 5(\frac{29}{k}) - 6(\frac{-33}{k}) = \frac{343}{k} > 0 \\ y = 7 \cos \theta + 8 \tan \theta = 7(\frac{-33}{k}) + 8(\frac{-29}{33}) = \frac{-231}{k} - \frac{232}{33} < 0 \end{cases}$

故 Q 點落在第四象限

10. (1) $f(x) = \log_3 x$

$$f(a) = \log_3 a = 6 \Rightarrow a = 3^6$$

$$f(b) = \log_3 b = 2 \Rightarrow b = 3^2$$

$$f(c) = \log_3 c = 5 \Rightarrow c = 3^5$$

$$(2) \frac{\sqrt[3]{a} \times b^2}{c} = \frac{\sqrt[3]{3^6} \times (3^2)^2}{3^5} = \frac{3^2 \times 3^4}{3^5} = 3^{2+4-5} = 3$$

$$(3) f(x) = \log_3 x \Rightarrow f\left(\frac{\sqrt[3]{a} \times b^2}{c}\right) = f(3) = \log_3 3 = 1$$

11. (1) $f(x) = x^2 + ax + 4$ 頂點之 $x = -\frac{a}{2 \cdot 1} = 3 \Rightarrow a = -6$

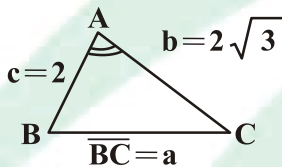
$$(2) f(x) = x^2 - 6x + 4 \text{ 代入頂點}(3, b) \Rightarrow b = 3^2 - 6 \cdot 3 + 4 = -5 = \text{最小值}$$

12. $2k^2x + k^2 = (1-k)x + 1 \Rightarrow (2k^2 + k - 1)x = 1 - k^2$

$$\Rightarrow (2k-1)(k+1)x = (1-k)(1+k) \Rightarrow (2k-1)x = 1-k$$

$$\therefore \text{無解} \Rightarrow \begin{cases} 2k-1=0 \\ 1-k \neq 0 \end{cases} \Rightarrow k = \frac{1}{2} \quad 4k^3 + k + 1 = 4\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{1}{2} + 1 = 2$$

13. (1)



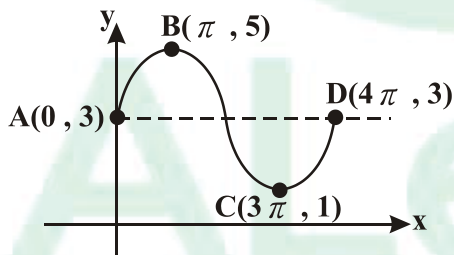
$$\triangle ABC \text{ 面積} = 3 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sin A = 3 \Rightarrow 2\sqrt{3} \cdot \sin A = 3$$

$$\Rightarrow \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle A = 60^\circ$$

$$(2) \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{(2\sqrt{3})^2 + 2^2 - a^2}{2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 2} \Rightarrow 1 = \frac{16 - a^2}{4\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow 16 - a^2 = 4\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 16 - 4\sqrt{3} \Rightarrow a = \overline{BC} = \sqrt{16 - 4\sqrt{3}}$$

14.



$$y = a \sin(bx) + c$$

$$a \text{ 為振幅} = 2$$

$$\text{週期 } 4\pi = \frac{2\pi}{b}$$

$$c \text{ 為上移} = 3$$

$$\Rightarrow b = \frac{1}{2} \left. \vphantom{\begin{matrix} a \text{ 為振幅} = 2 \\ \text{週期 } 4\pi = \frac{2\pi}{b} \\ c \text{ 為上移} = 3 \end{matrix}} \right\} a + 2b + c = 2 + 2\left(\frac{1}{2}\right) + 3 = 6$$

15. $f(x) = (2x+3)(x^3-x) + 6 = 2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 3x + 6$

$$\begin{array}{r}
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\

 \end{array}$$

$g(x) = 2x^2 + 3x - 8$, $r(x) = -12x + 30$

$q(x) - r(x) = (2x^2 + 3x - 8) - (-12x + 30) = 2x^2 + 15x - 38$

16. 同意票至少票數 = $10000 \times \frac{1}{4} = 2500 \dots$ 故選(C)

17. (A) 期中考平均 = $\frac{84+82+81+80+78+74+81}{7} = 80$

(B) 期末考之全距 = $88 - 77 = 11$

(C) 期中考之 $\sigma = \sqrt{\frac{4^2+2^2+1^2+0^2+2^2+6^2+1^2}{7}} = \sqrt{\frac{62}{7}} \doteq \sqrt{8.86} < 5$

(D) 期末考平均 = $\frac{88+84+85+82+82+77+83}{7} = 83$

期末考之 $\sigma = \sqrt{\frac{5^2+1^2+2^2+1^2+1^2+6^2+0^2}{7}} = \sqrt{\frac{68}{7}} \doteq \sqrt{9.7} < 6$

18. 設目前功力為 1

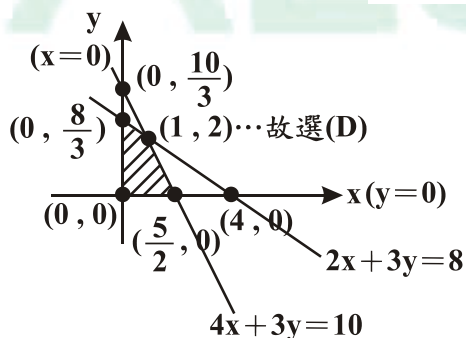
滿足論述為(A) $1.01^{365} \geq 37$ 且 $0.99^{365} \leq 0.03$

19.

	熱量	糖量
A食品	100	8
B食品	150	6
每餐上限	400	20

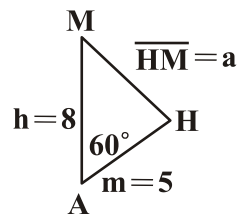
 設 A 食品買 x 份
B 食品買 y 份

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 100x + 150y \leq 400 \\ 8x + 6y \leq 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + 3y \leq 8 \\ 4x + 3y \leq 10 \end{cases}$$



$$20. \cos A = \frac{m^2 + h^2 - a^2}{2 \cdot m \cdot h} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{5^2 + 8^2 - a^2}{2 \cdot 5 \cdot 8} \Rightarrow 1 = \frac{89 - a^2}{40}$$

$$\Rightarrow 89 - a^2 = 40 \Rightarrow a^2 = 49 \Rightarrow a = \overline{HM} = 7$$



21. 設小游現在體重為 x 公斤，身高 170 公分 = 1.7 公尺

$$\text{知：} 18.5 < \frac{x-5}{1.7^2} < 24 \Rightarrow 53.465 < x-5 < 69.36 \Rightarrow 58.465 < x < 74.36 \dots \text{故選(A)}$$

22. 底色 商標顏色 文字顏色
 $5 \times 4 \times 4 = 80$

$$23. \left. \begin{array}{l} 2 \leq p \leq 7 \\ 2 \leq q \leq 7 \end{array} \right\} 4 \leq p \times q \leq 49$$

滿足 $p \times q$ 除以 8 餘 1 \Rightarrow 9 或 25 或 49
 $(p, q) \quad (p, q) \quad (p, q)$
 $\parallel \quad \parallel \quad \parallel$
 $(3, 3) \quad (5, 5) \quad (7, 7)$
 $\therefore (p, q)$ 有 3 種

24. 台北需求 30 個 $\left\{ \begin{array}{l} \text{桃園送 20 個} \\ \text{雲林送 10 個} \end{array} \right. \quad \text{運費} = 200 \times 20 + 600 \times 10 = 10000$

台南需求 20 個 $\left\{ \begin{array}{l} \text{雲林送 20 個} \end{array} \right. \quad \text{運費} = 300 \times 20 = 6000$

最少總運費 = 10000 + 6000 = 16000(元)

$$25. \frac{8}{10} N < \text{不成功次數} < \frac{9}{10} N$$

(B) $N = 20$ ，只猜對 3 題，即猜錯 17 題 = 不成功次數

$$\text{由：} \frac{8}{10} \times 20 < \text{猜錯題數} < \frac{9}{10} \times 20$$

$$\Rightarrow 16 < \text{猜錯題數} < 18$$

$$\Rightarrow 16 < 17 < 18 \text{ 故滿足}$$

ALeader