

# 111 學年度四技二專統一入學測驗 數學 (A) 試題

## 數學 A 參考公式

1. 若華氏為  $y$  度、攝氏為  $x$  度，則  $y = \frac{9}{5}x + 32$

2.  $(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

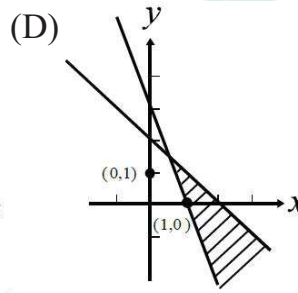
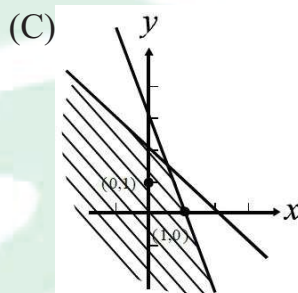
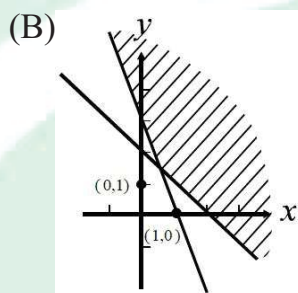
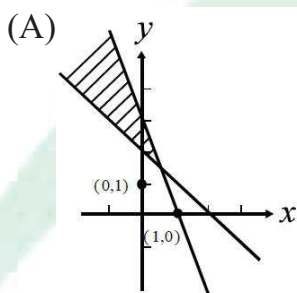
3. 點  $P(x_0, y_0)$  到直線  $L: ax + by + c = 0$  的距離為  $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

4. 若  $\alpha$ 、 $\beta$  為一元二次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  的兩根，則  $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ 、 $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

1. 若  $x$  為整數，則滿足  $|x-1| < 4$  的整數解共有幾個？

- (A)5 (B)6 (C)7 (D)8。

2. 下列哪一個陰影區域為聯立不等式  $\begin{cases} x+y \leq 2 \\ 3x+y \geq 3 \end{cases}$  之圖解？



3. 設  $a = \frac{1}{2}$ ，求  $a^2 + 2 + a^{-2}$  之值？

- (A)2 (B) $\frac{9}{4}$  (C) $\frac{17}{4}$  (D) $\frac{25}{4}$ 。

4. 已知  $a = \log 5$ ， $b = \log 2$ ，下列何者正確？

- (A)  $a \times b = \log 5 + \log 2$  (B)  $a \div b = \frac{5}{2}$   
 (C)  $a + b = 1$  (D)  $a - b = \frac{\log 5}{\log 2}$ 。

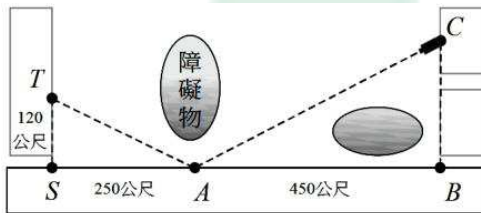
5. 求  $(\frac{7}{8})^3 - 3 \times (\frac{7}{8})^2 \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{7}{8} \times (\frac{3}{8})^2 - (\frac{3}{8})^3 = ?$

- (A) $\frac{1}{8}$  (B) $\frac{1}{2}$  (C) $\frac{5}{8}$  (D)1。

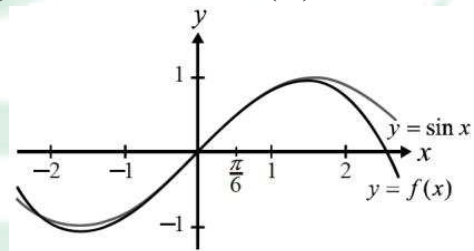
6. 某醫生給他的病人開了數週的藥錠，每錠皆可切半。已知第一週病人每天服藥 2 錠，該週共服藥 14 錠，而醫生的處方為每週須比前一週減少 3.5 錠，最後一週每天僅需服藥半錠即可。試問該醫師總共開幾週的藥給病人？

- (A)3 (B)4 (C)5 (D)6。

7. 若直線  $L: 3x + 4y + 5 = 0$  將直角坐標平面分割成兩個半平面，則點  $(1, 1)$  與下列哪一點落在同一側半平面？  
 (A)  $(-1, -1)$       (B)  $(1, -3)$       (C)  $(-1, -2)$       (D)  $(-2, 1)$ 。
8. 老師在段考後宣布班上同學成績的最高分與最低分，欲利用此資訊探討成績的分散程度。試問應該用哪一種統計量？  
 (A) 全距      (B) 四分位距      (C) 標準差      (D) 變異數。
9. 已知二次函數  $f(x) = x^2 + 6x - 3$ 。若  $f(x)$  圖形的頂點坐標為  $(m, n)$ ，則  $2m - n$  之值為何？  
 (A) 6      (B) 5      (C) 4      (D) 3。
10. 已知某日天氣中午 12 點與夜間 12 點的攝氏溫差 9 度。試求此二時間點的溫差大約為華氏幾度？  
 (A) 15      (B) 16      (C) 47      (D) 48。
11. 如圖(一)所示，賈警探想在 C 點架設攝影機觀測 T 點的活動，但無法將鏡頭直接面向 T 點，所幸 A 點位於類似鏡面一般的光亮大型帷幕，因此可將鏡頭面向 A 點利用其反射來記錄 T 點處之活動。已知 T 點距離街角 S 點約 120 公尺，A 點距離 S 點約 250 公尺，以及 A 點距離另一街角 B 點約 450 公尺，且  $\angle TSA = \angle CBA = 90^\circ$ 。若 C 點應滿足  $\angle CAB = \angle TAS$ ，則攝影機應架設在距離 B 點約多少公尺之處？  
 (A) 216      (B) 240      (C) 288      (D) 320。



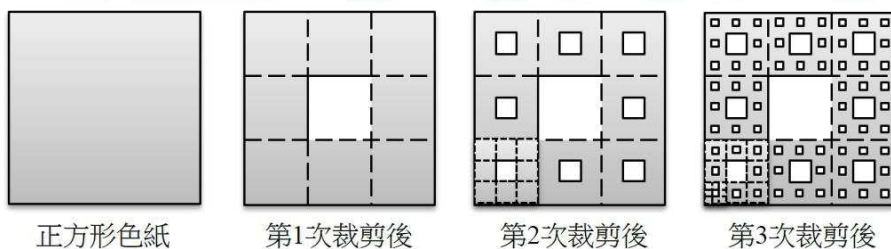
圖(一)



圖(二)

12. 已知  $f(x)$  除以  $(x-2)(x-3)$  的商式為  $(2x-3)(x-1)$ ，餘式為  $2x+3$ 。若  $f(x)$  除以  $(x-1)(x-3)$  的餘式為  $ax+b$ ，則  $a-b$  之值為何？  
 (A)  $-1$       (B)  $1$       (C)  $3$       (D)  $5$ 。
13. 已知  $y = f(x) = \frac{1296 - 216\sqrt{3}\pi - 18\pi^2 + \sqrt{3}\pi^3}{2592} + \frac{(72\sqrt{3} + 12\pi - \sqrt{3}\pi^2)x}{144} - \frac{(6 - \sqrt{3}\pi)x^2}{24} - \frac{\sqrt{3}x^3}{12}$  與  $y = \sin x$  在  $-0.4 < x < 1.3$  之間很接近(亦即  $|f(x) - \sin x| < 0.03$ )，如圖(二)所示。試求  $f(\frac{\pi}{6})$  最接近下列何值？  
 (A)  $\frac{1}{3}$       (B)  $\frac{1}{2}$       (C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       (D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

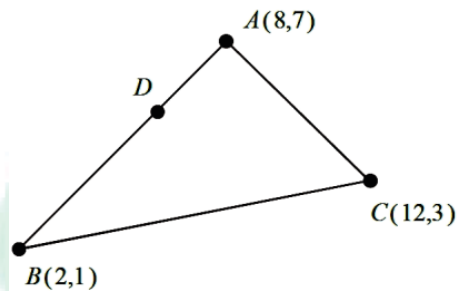
14. 衛福部因桃機群聚事件，建議已施打 2 劑新冠疫苗且間隔滿 12 週以上的 18 歲民眾可施打追加劑。衛福部建議方案為：前兩劑施打 AZ 者，追加劑可選莫德納、BNT 或高端；前兩劑施打莫德納、BNT 或高端者，追加劑可選莫德納、BNT、高端或 AZ。現有甲、乙、丙、丁四人要施打追加劑，若甲已施打兩劑莫德納、乙已施打兩劑 BNT、丙已施打兩劑高端及丁已施打兩劑 AZ，則依衛福部之建議，此四人施打追加劑的方法數為何？  
 (A)12 (B)81 (C)192 (D)256。
15. 某校欲進行齶齒調查，先將全校班級編號，進而製作籤筒，讓每個班級被抽中的機會均等；之後抽出 5 個班級，再對這 5 個班級的同學進行普查。試問此抽樣方式屬於下列哪一種抽取樣本的方法？  
 (A)簡單隨機抽樣 (B)系統抽樣 (C)分層隨機抽樣 (D)部落抽樣。
16. 桌上有四杯不同濃度的咖啡與四塊不同口味的酥餅。若不考慮選取的順序時，則咖啡與酥餅各選出兩個的結果有多少種？  
 (A)8 (B)16 (C)36 (D)256。
17. 投擲一枚公正的骰子，每一面朝上的機率皆為  $\frac{1}{6}$ ，且出現面朝上點數的數学期望值為 3.5。若小茜可獲得投擲此骰子出現面點數乘以 80 再加 5 的金額(元)，則小茜獲得金額的期望值為何？  
 (A)280 (B)283.5 (C)285 (D)288.5。
18. 已知大圓、中圓、小圓的面積成等差數列，大圓半徑為 3、小圓半徑為 1。若中圓圓心為(1, -1)，則中圓的方程式為何？  
 (A) $(x-1)^2+(y+1)^2=4$  (B) $(x-1)^2+(y+1)^2=5$   
 (C) $(x+1)^2+(y-1)^2=4$  (D) $(x+1)^2+(y-1)^2=5$ 。
19. 如圖(三)所示，剪紙活動中將原有的一正方形色紙，第 1 次將各邊折成三等分，展開後形成 9 個邊長為原來邊長三分之一的小正方形，並將中間的正方形裁剪掉；第 2 次將前次裁剪後色紙所剩下的 8 個小正方形，各自裁剪掉各邊三等分連線圍成的中間正方形；第 3 次將前次裁剪後色紙所剩下的 64 個更小的正方形，各自裁剪掉各邊三等分連線圍成的中間正方形…。試問依據上述步驟進行 6 次裁剪後，所剩色紙面積為原有正方形色紙面積的幾倍？  
 (A)  $\frac{2}{3}$  (B)  $(\frac{2}{3})^{18}$  (C)  $(\frac{8}{9})^6$  (D)  $(\frac{4}{9})^6$ 。



圖(三)

20. 已知 $\triangle ABC$ 的三個頂點坐標分別為 $A(8, 7)$ 、 $B(2, 1)$ 、 $C(12, 3)$ 。若 $D$ 為 $\overline{AB}$ 上一點且 $\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 2$ ，如圖(四)所示，則下列何者為通過點 $D$ 且與 $\overline{AC}$ 平行的直線方程式？

(A) $x - y + 1 = 0$       (B) $x - y - 1 = 0$       (C) $x + y + 11 = 0$       (D) $x + y - 11 = 0$ 。



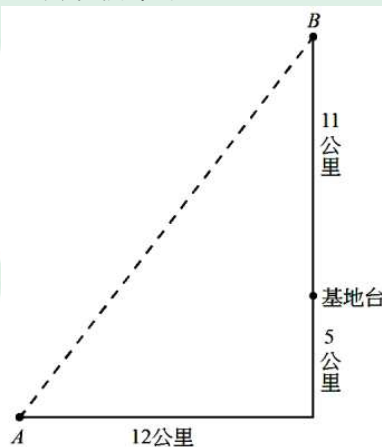
圖(四)

21. 松埔設計公司在四月份能承攬三種不同金額的預算案，其中每案預算金為十萬者最多能處理 4 案，每案預算金為二十萬者最多能處理 3 案，而每案預算金為三十萬者最多能處理 2 案。已知該月共處理 5 個案件，且不同預算案最少有一件。試問有多少種承攬案件的方法？

(A)4      (B)5      (C)6      (D)9。

22. 在某偏遠地區僅設有一處基地台，其通訊服務範圍為距離該基地台不超過 9 公里的地方，超出此範圍手機便無訊號。志惠知道該基地台位於其所在位置 A 往東行 12 公里後再往北行 5 公里處，且由該基地台再往北 11 公里處有一秘境 B，如圖(五)所示。若志惠由 A 沿直線小路前行至 B，則沿路上手機接收訊號的情形為何？

- (A)僅有一段路程會在該基地台的通訊服務範圍，此路段外則非屬通訊服務範圍  
 (B)沿路上僅有一個特定點位於該基地台的通訊服務範圍  
 (C)沿路皆不在該基地台的通訊服務範圍  
 (D)沿路皆在該基地台的通訊服務範圍。



圖(五)

23. 某箱子中放有編號 7 號至 12 號的乒乓球各 1 個，且每球被抽取的機會相等。若自箱中同時取出 3 球，則取出球中最小編號為 9 號的機率為何？  
(A)  $\frac{3}{20}$                       (B)  $\frac{1}{3}$                       (C)  $\frac{2}{3}$                       (D)  $\frac{4}{5}$ 。
24. 已知  $x^2+x-1=0$  的兩根分別為  $\alpha$ 、 $\beta$ 。試問下列哪一個方程式的兩根為  $(\frac{\beta}{\alpha}+1)$  與  $(\frac{\alpha}{\beta}+1)$ ？  
(A)  $x^2-x+1=0$       (B)  $x^2-x-1=0$       (C)  $x^2+x+1=0$       (D)  $x^2+x-1=0$ 。
25. 已知  $x$ 、 $y$  滿足不等式  $x+y \leq 1$ ， $3x+y \leq 3$ 。試求  $f(x, y)=2x+y$  的最大值？  
(A) 1                      (B) 2                      (C)  $\frac{5}{2}$                       (D) 3。



A Leader

數學(A)－【解答】

- 1.(C)    2.(D)    3.(D)    4.(C)    5.(A)    6.(B)    7.(D)    8.(A)    9.(A)    10.(B)  
11.(A)    12.(A)    13.(B)    14.(C)    15.(D)    16.(C)    17.(C)    18.(B)    19.(C)    20.(D)  
21.(B)    22.(A)    23.(A)    24.(D)    25.(B)

# 111 學年度四技二專統一入學測驗

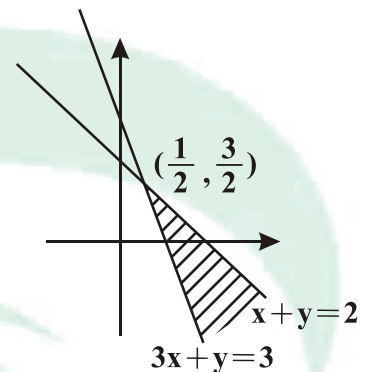
## 數學 (A) 試題詳解

- 1.(C) 2.(D) 3.(D) 4.(C) 5.(A) 6.(B) 7.(D) 8.(A) 9.(A) 10.(B)  
 11.(A) 12.(A) 13.(B) 14.(C) 15.(D) 16.(C) 17.(C) 18.(B) 19.(C) 20.(D)  
 21.(B) 22.(A) 23.(A) 24.(D) 25.(B)

1.  $-4 < x-1 < 4 \Rightarrow -3 < x < 5 \Rightarrow x = -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \Rightarrow 7$  個解

2.  $x+y=2$   $\begin{array}{c|c|c} x & 2 & 0 \\ \hline y & 0 & 2 \end{array}$   $\begin{cases} x+y=2 \\ 3x+y=3 \end{cases} \Rightarrow$  交點為  $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$

$3x+y=3$   $\begin{array}{c|c|c} x & 1 & 0 \\ \hline y & 0 & 3 \end{array}$



3.  $a + \frac{1}{a} = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$ ,  $a^2 + 2 + a^{-2} = a^2 + 2a \cdot \frac{1}{a} + (\frac{1}{a})^2 = (a + \frac{1}{a})^2 = (\frac{5}{2})^2 = \frac{25}{4}$

4.  $a = \log 5$ ,  $b = \log 2$ ,  $a + b = \log 5 + \log 2 = \log 10 = 1$

5.  $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \Rightarrow$  令  $a = \frac{7}{8}$ ,  $b = \frac{3}{8}$

$\Rightarrow$  原求值式  $= (\frac{7}{8} - \frac{3}{8})^3 = (\frac{4}{8})^3 = \frac{1}{8}$

6. 由題意  $a_1 = 14$ ,  $d = -3.5$ ,  $a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow$  每天 0.5 錠  $\Rightarrow a_n = 7 \times 0.5 = 3.5$   
 $3.5 = 14 + (n-1)(-3.5) \Rightarrow -10.5 = (n-1)(-3.5) \Rightarrow n-1 = 3 \Rightarrow n = 4$   
 $\Rightarrow 4$  週

7.  $(1, 1)$  代入  $L: 3x + 4y + 5 = 0 \Rightarrow 3 \times 1 + 4 \times 1 + 5 > 0$ , 又  $D(-2, 1)$  代入  $L$   
 $\Rightarrow 3(-2) + 4 \times 1 + 5 > 0$

表  $(1, 1)$  與  $(-2, 1)$  在  $L$  之同側 (其餘 A、B、C 代入  $L$  皆小於 0, 與  $(1, 1)$  異側)

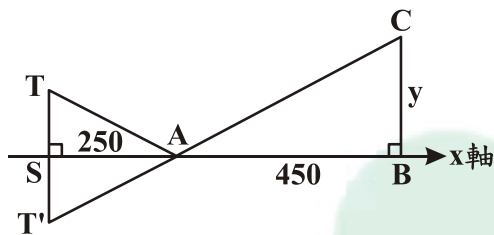
8. 最高 - 最低 = 全距

9.  $f(x) = x^2 + 6x - 3 = (x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2) - 3 - 3^2 = (x+3)^2 - 12$

$\Rightarrow$  頂點  $(-3, -12) = (m, n) \Rightarrow 2m - n = 6$

10.  $y_1 = \frac{9}{5}x + 32$ ,  $y_2 = \frac{9}{5}(x+9) + 32$ ,  $y_2 - y_1 = \frac{9}{5} \times 9 = 16.2 \div 16$

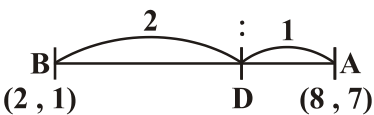
11. 令  $\overleftrightarrow{SB}$  為  $x$  軸， $A$  為原點  $(0, 0)$ ，又  $T$  對  $x$  軸的對稱點  $T'$   
 則  $T' = (-250, -120)$ ， $T'$ 、 $A$ 、 $C$  共線，令  $C$  點  $(450, y)$ ，(其中  $y = \overline{BC}$ )  
 $\Rightarrow m_{T'A} = m_{AC} \Rightarrow \frac{0 - (-120)}{0 - (-250)} = \frac{y - 0}{450 - 0} \Rightarrow \frac{120}{250} = \frac{y}{450} \Rightarrow y = 216$



12. 依題意  $f(x) = [(x-2)(x-3)][(2x-3)(x-1)] + (2x+3)$   
 也可寫成  $f(x) = [(x-1)(x-3)][(x-2)(2x-3)] + (2x+3)$   
 $\Rightarrow$  商是  $(x-2)(2x-3)$ ，餘式還是  $2x+3 \Rightarrow 2x+3 = ax+b \Rightarrow a=2, b=3$   
 $\Rightarrow a-b = -1$
13.  $-0.4 < \frac{\pi}{6} < 1.3$ ，依題意  $f(\frac{\pi}{6}) = \sin \frac{\pi}{6} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$
14. 依題意甲可選 4 種，乙可選 4 種，丙可選 4 種，丁可選 3 種  
 $\Rightarrow 4 \times 4 \times 4 \times 3 = 192$  種
15.  $\therefore$  每個班的齶齒分布情況應差異不大  $\Rightarrow$  部落抽樣
16.  $C_2^4 \times C_2^4 = \frac{4 \times 3}{1 \times 2} \times \frac{4 \times 3}{1 \times 2} = 36$
17. 金額期望值  $= \frac{1}{6} \times [(1 \times 80 + 5) + (2 \times 80 + 5) + (3 \times 80 + 5) + \dots + (6 \times 80 + 5)]$   
 $= \frac{1}{6} \times (1+2+3+4+5+6) \times 80 + \frac{1}{6} \times (6 \times 5)$   
 $= \frac{1}{6} \times 21 \times 80 + 5 = 3.5 \times 80 + 5 = 285$
18. 大、中、小面積成等差  $\Rightarrow$  中面積  $= \frac{\pi \times 3^2 + \pi \times 1^2}{2} = 5\pi \Rightarrow$  又  $5\pi = \pi r^2$   
 $\Rightarrow r = \sqrt{5}$   
 圓心  $(1, -1) \Rightarrow$  則中圓： $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 5$
19. 中間裁掉的面積為原面積的  $\frac{1}{9} \Rightarrow$  每次剩下的為原來的  $1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$ ，則裁 6  
 次，將剩下原來的  $(\frac{8}{9})^6$

20. 則 D 點  $(\frac{2 \times 8 + 1 \times 2}{2+1}, \frac{2 \times 7 + 1 \times 1}{2+1}) = (6, 5)$ ,

又  $m_{\overline{AC}} = \frac{7-3}{8-12} = -1$



$\Rightarrow$  過 D 點且與  $\overline{AC}$  平行的線： $y-5 = -(x-6) \Rightarrow x+y-11=0$

21. 

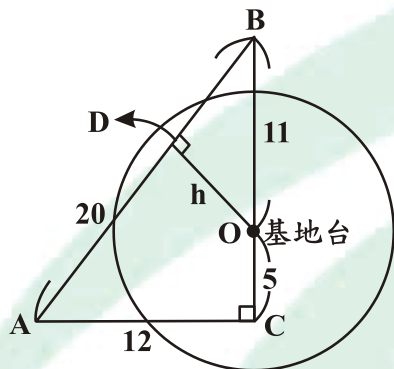
30萬	2	2	1	1	1
20萬	2	1	3	2	1
10萬	1	2	1	2	3

，依左表可能性有 5 種

22.  $\overline{AB} = \sqrt{(11+5)^2 + 12^2} = 20$

$\triangle ABC$  相似  $\triangle OBD \Rightarrow \frac{20}{12} = \frac{11}{h} \Rightarrow h = 6.6 < 9$

$\therefore$  有一路段在半徑 9 的範圍內



23. 7~12 號共 6 球  $\Rightarrow$  分母  $C_3^6 = \frac{6 \times 5 \times 4}{1 \times 2 \times 3} = 20$

最小是 9  $\Rightarrow$  則 10, 11, 12 取另外 2 球  $\Rightarrow$  分子  $C_2^3 = 3 \Rightarrow \frac{3}{20}$

24.  $x^2 + x - 1 = 0$  兩根  $\alpha, \beta \Rightarrow \alpha + \beta = -1$ ,

$\alpha \beta = -1$ , 又  $(\frac{\beta}{\alpha} + 1) + (\frac{\alpha}{\beta} + 1) = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha \beta} + 2$

$= \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha \beta}{\alpha \beta} + 2 = \frac{(-1)^2 - 2(-1)}{-1} + 2 = -1$ ,

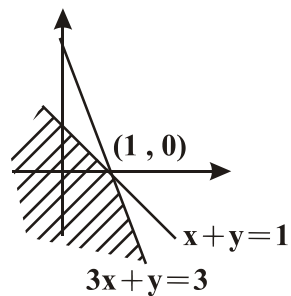
$(\frac{\beta}{\alpha} + 1)(\frac{\alpha}{\beta} + 1) = 1 + \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} + 1 = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha \beta} + 2 = -1$

$\Rightarrow$  方程式為  $x^2 - (-1)x - 1 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 1 = 0$



25.  $x+y=1$   $\begin{array}{c|c|c} x & 1 & 0 \\ y & 0 & 1 \end{array}$  又  $x+y=1$  與  $3x+y=3$  之交點為  $(1, 0)$

$3x+y=3$   $\begin{array}{c|c|c} x & 1 & 0 \\ y & 0 & 3 \end{array}$



如圖  $\Rightarrow f(x, y)=2x+y$  的最大值為  $f(1, 0)=2$



ALeader