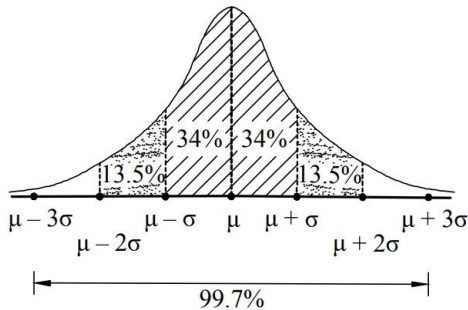


110 學年度四技二專統一入學測驗

數學(A) 試題

數學 A 參考公式

1. 扇形弧長 $S = r\theta$ ，其中 r 為扇形的半徑， θ (弧度) 為扇形的圓心角。
2. 點 $P(x_0, y_0)$ 到直線 $L: ax + by + c = 0$ 的距離為 $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ 。
3. 首項為 a_1 ，公差為 d 的等差數列，第 n 項為 $a_n = a_1 + (n - 1)d$ ，前 n 項之和為 $S_n = \frac{n[2a_1 + (n - 1)d]}{2}$ 。
4. 首項為 a_1 ，公比為 r 的等比數列，第 n 項為 $a_n = a_1 r^{n - 1}$ ，若 $r \neq 1$ ，則前 n 項之和為 $S = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$ 。
5. 設有一組母體資料 x_1, x_2, \dots, x_N ，其算術平均數為 μ ，則母體標準差為 $\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}}$ 。
6. 常態分配：



7. 參考數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$

1. 直線 $L: x + 2 = 3(y - 4)$ 的斜率與 y 截距之和是多少？
(A)2 (B)3 (C)4 (D)5。
2. 有一扇形的圓心角為 $\frac{1}{\pi} \times 360^\circ$ ，半徑為 3，則扇形的周長為何？
(A)6 (B)8 (C)10 (D)12。

3. 某抽屜中有 10 張仟元鈔，6 張伍百元鈔，從抽屜中隨機取出兩張鈔票共 1500 元的機率是多少？

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$ 。

4. 若 $f(x)$ 為一個多項式，已知多項式 $x^2f(3x) + xf(6x - 1) - 3$ 除以 $3x - 1$ 得餘式為 1，則 $f(1)$ 之值為何？

- (A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12。

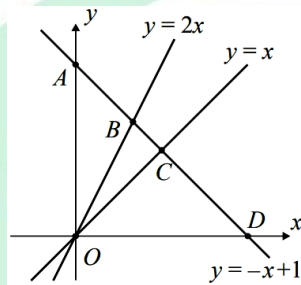
5. 若 $\vec{a} = (1, 2)$ ， $|\vec{b}| = 2$ ，則 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 之最小值為何？

- (A) $-\sqrt{5}$ (B) $-2\sqrt{5}$ (C) -5 (D) $-5\sqrt{5}$ 。

6. 若二元一次聯立不等式 $\begin{cases} y \geq x \\ y \leq 2x \\ y \leq -x+1 \end{cases}$ 的解集合為 S ，則 S 為下圖(一)中的哪一個三角

角形？

- (A) $\triangle OAD$ (B) $\triangle OBC$ (C) $\triangle OAB$ (D) $\triangle OCD$ 。



圖(一)

7. 下列有關角度的敘述何者錯誤？

- (A) 235° 與 -485° 為同界角
 (B) 780° 與 $\frac{13}{3}\pi$ 表示相同的角度
 (C) 一個非零角度只有一個最小正同界角
 (D) θ 為一標準位置角且 $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$ ，則 θ 為第一象限角。

8. 已知 $|\vec{a}| = |\vec{a} + \vec{b}| = 10$ ， $|\vec{b}| = 5$ 。若 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為 θ ，則 $\sin\theta = ?$

- (A) $-\frac{1}{4}$ (B) $-\frac{\sqrt{15}}{4}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{\sqrt{15}}{4}$ 。

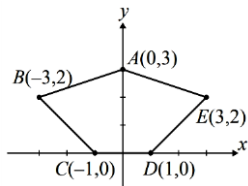
9. 一個等比數列的前兩項和是 20，公比的絕對值是 3，則此數列的第 4 項有可能是多少？

- (A) 135 或 270 (B) 45 或 270 (C) -90 或 135 (D) -270 或 135。

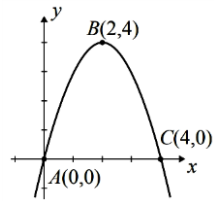
10. 下列哪一個函數圖形，經過平移後無法與 $y = \sin x$ 的圖形重合？
 (A) $y = \cos x$ (B) $y = 2 + \sin x$ (C) $y = \frac{1}{2} \sin(2x)$ (D) $y = \sin(x + 2\pi)$ 。
11. 下列選項哪一個數值最大？
 (A) $\log_8 7^3$ (B) $\log_2 3 + \log_4 9$ (C) $0.19 \times \log_2 3^{10}$ (D) $\frac{\log_{10} \sqrt{8.9}}{\log_{100} 2}$ 。
12. 若一次馬拉松比賽中，所有 1000 位選手完賽的平均時間是 4 小時 30 分鐘，標準差是 45 分鐘，且完賽的時間近似常態分配，試問約有幾位選手的完賽時間比 3 小時來得少？
 (A) 25 (B) 50 (C) 160 (D) 250。
13. 坐標平面上有 O、A、B、C 四個點，已知 O 為原點，A 點坐標為 $(-1, 0)$ ，B 點坐標為 $(1, 1)$ ，且 $\triangle ABC$ 的重心為 $(0, 2)$ ，則 $\triangle AOC$ 的面積為何？
 (A) 1.5 (B) 2 (C) 2.5 (D) 5。
14. 已知 $f(x)$ 為 3 次多項式且領導係數為 2， $g(x)$ 為 2 次多項式且領導係數為 3，下列敘述何者恆為正確？
 (A) $f(3x) + g(2x)$ 為 5 次多項式且領導係數為 54
 (B) $f(3x) - g(-2x)$ 為 3 次多項式且領導係數為 54
 (C) $f(2x) \times g(3x)$ 為 5 次多項式且領導係數為 36
 (D) $f(2x)$ 除以 $g(-3x)$ 之商式為 1 次多項式且領導係數為 1。
15. 已知一元二次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ 的兩根為 2、3，則一元二次方程式 $x^2 - 2bx - 7a = 0$ 的兩根為何？
 (A) 2、3 (B) 2、7 (C) 3、5 (D) 5、7。
16. 已知某種傳染病的特性是感染者經由接觸其他未感染者後，最多傳染 3 人，也就是一個感染者經由第一輪接觸他人後，連同自己最多 4 人感染，這些感染者經由第二輪接觸他人後，最多共有 16 位感染者，以此類推；則從第一個感染者開始，最快經由幾輪傳播後，感染者會達到 100 萬人？
 (A) 10 (B) 9 (C) 8 (D) 7。

17. 下圖(二)中, $f(x, y) = -30x + 20y + 100$ 在五邊形 ABCDE(含內部及邊界)的最大值為 M 、最小值為 m , 則 $M - m = ?$

(A)160 (B)170 (C)180 (D)190。



圖(二)



圖(三)

18. 若拋物線 $y = -x^2 + ax + b$ 圖形如圖(三)所示, 則一元二次不等式 $x^2 - ax - b \geq 5$ 的解為何?

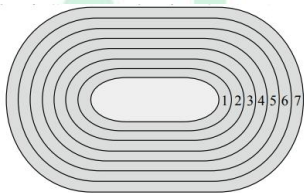
(A) $x \geq 5$ 或 $x \leq -1$ (B) $-1 \leq x \leq 5$ (C) $x \geq 1$ 或 $x \leq -5$ (D) $-5 \leq x \leq 1$ 。

19. 已知坐標平面上有一直線 $L: y = -x$, 兩個圓分別為 $C_1: x^2 + y^2 + 2x + 2y = 0$ 以及 $C_2: x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$, 下列敘述何者正確?

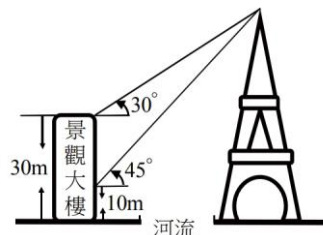
(A) C_1 的圓心到 L 的距離為 2
 (B) L 為 C_2 的切線
 (C) L 與 C_1 為相割
 (D) C_1 的圓心和 C_2 的圓心之連線通過第二象限。

20. 已知某田徑場地如圖(四)所示, 最內圈的 1 號跑道長度為 400 公尺, 每往外一圈其跑道長度就增加 $7\frac{2}{3}$ 公尺。試問從最內圈開始的 7 個跑道總長度最接近以下哪一個答案?

(A)2800 公尺 (B)2960 公尺 (C)3100 公尺 (D)3250 公尺。



圖(四)



圖(五)

21. 小竹與小淳規劃今年暑假的兩天一夜去某地旅行，他們預計要去下列五個不同的景點。這些景點的開放時間如下：

| | | | |
|---------|-------------|-----------|-------------|
| § 科學展示館 | 9:00~17:00 | § 原住民部落市集 | 12:00~21:00 |
| § 歷史文化館 | 9:00~17:00 | § 特色美食夜市 | 18:00~21:00 |
| § 在地文創館 | 12:00~21:00 | | |

他們打算第一天早上(9:00~12:00)、下午(14:00~17:00)、及晚上(18:00~21:00)各參觀一個景點，而第二天早上(9:00~12:00)及下午(14:00~17:00)也各參觀一個景點，這些景點都不會重複安排，試問總共有幾種規劃方式？

- (A)4 (B)6 (C)10 (D)12。
22. 園遊會中有 10 項不同的活動，每一項活動每個人只能參加一次。小華與小明各自參加 5 項活動，如果他們選擇參加每一項活動的機率都相同，且不互相影響。已知小華已經選了 5 項活動，那麼小明參加的活動中剛好有兩項活動與小華相同的機率是多少？
- (A) $\frac{72}{252}$ (B) $\frac{80}{252}$ (C) $\frac{96}{252}$ (D) $\frac{100}{252}$ 。
23. 如圖(五)，岸邊有一棟景觀大樓，對岸有一座鐵塔。今由景觀大樓高 10 公尺處測得鐵塔頂端的仰角為 45° ，再由景觀大樓高 30 公尺處測得鐵塔頂端的仰角為 30° 。若兩處觀測點的連線與地面垂直，則該鐵塔的高度大約是多少公尺？
- (A) $40 - 10\sqrt{3}$ (B) $40 + 10\sqrt{3}$ (C) $30\sqrt{3} - 10$ (D) $30\sqrt{3} + 10$ 。
24. 小舒在商店街參加一個促銷活動，其規則為『從 A、B、C、D、E 五件商品中，任選不同的 3 件商品後，只需要付價錢高的 2 項商品之總價』。這五件商品的標價為 A：15 元、B：20 元、C：25 元、D：30 元、E：35 元。試問小舒付款的金額可能有幾種？
- (A)5 (B)6 (C)7 (D)10。
25. 有一間公司有 16 位員工及 4 位經理，每位員工的薪水相同，每位經理的薪水也一樣。已知全體薪水的中位數是 4 萬元、平均數是 5 萬元，試問薪水的標準差最接近下列何者？
- (A)5000 (B)10000 (C)15000 (D)20000。

數學(A) - 【解答】

- 1.(D) 2.(D) 3.(C) 4.(C) 5.(B) 6.(B) 7.(D) 8.(D) 9.(A) 10.(C)
11.(B) 12.(A) 13.(C) 14.(B) 15.(D) 16.(A) 17.(C) 18.(A) 19.(B) 20.(B)
21.(A) 22.(D) 23.(B) 24.(A) 25.(D)



110 學年度四技二專統一入學測驗

數學(A) 試題詳解

- 1.(D) 2.(D) 3.(C) 4.(C) 5.(B) 6.(B) 7.(D) 8.(D) 9.(A) 10.(C)
11.(B) 12.(A) 13.(C) 14.(B) 15.(D) 16.(A) 17.(C) 18.(A) 19.(B) 20.(B)
21.(A) 22.(D) 23.(B) 24.(A) 25.(D)

1. $L: x+2=3(y-4) \Rightarrow L: y-4=\frac{1}{3}(x+2) \therefore$ 斜率為 $\frac{1}{3}$
令 $x=0 \Rightarrow 2=3(y-4), y=\frac{14}{3}$ (y 截距) $\Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{14}{3} = 5$
2. 圓心角 $= \frac{1}{\pi} \times 360^\circ = \frac{1}{\pi} \times 360 \times \frac{\pi}{180}$ (徑) $= 2$
弧長 $= r\theta = 3 \times 2 = 6 \therefore$ 周長 $= 6 + 3 \times 2 = 12$
3. $n(S) = C_2^{16} = 120$
 $n(1500 \text{ 元}) = C_1^{10} \times C_1^6 = 60 \therefore P = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$
4. 令 $H(x) = x^2 \cdot f(3x) + x \cdot f(6x-1) - 3$
則 $H(x)$ 除以 $(3x-1)$ 之餘式 $= H(\frac{1}{3}) = (\frac{1}{3})^2 \cdot f(1) + \frac{1}{3} \cdot f(1) - 3 = 1$
 $\Rightarrow \frac{4}{9} f(1) = 4 \therefore f(1) = 9$
5. $\vec{a} = (1, 2), |\vec{a}| = \sqrt{5}, |\vec{b}| = 2$
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \times |\vec{b}| \times \cos\theta = \sqrt{5} \times 2 \times \cos\theta$
當 $\cos\theta = -1$ 時有 $\min = -2\sqrt{5}$
6. $\begin{cases} y \geq x \text{ (直線上方)} \\ y \leq 2x \text{ (直線下方)} \\ y \leq -x+1 \text{ (直線下方)} \end{cases}$
-

7. (A) $235^\circ - (-485^\circ) = 360^\circ \times 2$; (B) $\frac{13}{3}\pi = \frac{13}{3} \times 180^\circ = 780^\circ$; (D) 錯誤 $\theta \in I$, 則 $0^\circ < \theta < 90^\circ$.

8. $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = 10^2 \Rightarrow |\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 = 100 \Rightarrow 100 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 25 = 100$
 $\therefore \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{-25}{2}$

則 $\cos\theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{\frac{-25}{2}}{10 \times 5} = \frac{-1}{4}$, $\begin{array}{c} 4 \\ \triangle \\ 1 \end{array} \sqrt{15}$ 則 $\sin\theta = \frac{\sqrt{15}}{4}$

9. $|r| = 3$, $r = 3$ 或 -3

(1) $r = 3$, $a + ar = 4a = 20 \therefore a = 5$, $a_4 = a \times r^3 = 5 \times 3^3 = 135$

(2) $r = -3$, $a + ar = -2a = 20 \therefore a = -10$, $a_4 = a \times r^3 = -10 \times (-3)^3 = 270$

10. 週期改變，圖形無法重合。

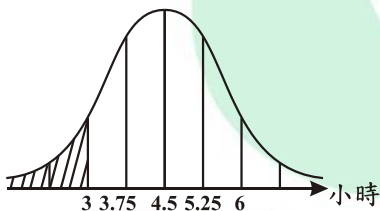
11. (A) $\log_8 7^3 = \log_{2^3} 7^3 = \log_2 7$;

(B) $\log_2 3 + \log_4 9 = \log_2 3 + \log_2 3 = \log_2 9 > \log_2 7$;

(C) $0.19 \times \log_2 3^{10} = 1.9 \times \log_2 3 = \log_2 3^{1.9} < \log_2 3^2 = \log_2 9$;

(D) $\frac{\log_{10} \sqrt{8.9}}{\log_{100} 2} = \frac{\log_{100} 8.9}{\log_{100} 2} = \log_2 8.9 < \log_2 9$.

12. $P(x < 3) = \left(\frac{100-95}{2}\right)\% = 2.5\%$, $1000 \times 2.5\% = 25$



13. $\frac{A+B+C}{3} = G \Rightarrow C = 3 \times G - A - B = 3(0, 2) - (-1, 0) - (1, 1) = (0, 5)$,

ΔAOC 面積 = $\frac{1 \times 5}{2} = \frac{5}{2}$

14. 令 $f(x) = 2x^3$, $g(x) = 3x^2$,

(A) $f(3x) + g(2x) = 2(3x)^3 + 3(2x)^2 = 54x^3 + 12x^2$;

(B) $f(3x) - g(-2x) = 2(3x)^3 - 3(-2x)^2 = 54x^3 - 12x^2$;

(C) $f(2x) \cdot g(3x) = 2(2x)^3 \times 3(3x)^2 = 432x^5$;

(D) $f(2x) = 2(2x)^3 = 16x^3$, $g(-3x) = 3(-3x)^2 = 27x^2 \Rightarrow 16x^3 \div 27x^2 = \frac{16}{27}x$.

15. 2 根 2、3 $\Rightarrow (x-2)(x-3)=0 \Rightarrow x^2-5x+6=0 \Rightarrow a=-5, b=6$
 $x^2-2bx-7a=0 \Rightarrow x^2-12x+35=0 \Rightarrow (x-7)(x-5)=0 \therefore x=7, 5$

16. $a_1=4, a_2=16, a_3=64, a_n=4^n \Rightarrow 4^n > 1000000 \Rightarrow \log 4^n > \log 1000000$
 $\Rightarrow n \times \log 4 > 6 \Rightarrow n \times (2 \times 0.3010) > 6 \Rightarrow n > 9.96 \therefore n$ 最少 10

17.

| | |
|------------------------------|-----------------------|
| $f(x, y) = -30x + 20y + 100$ | |
| (1, 0) | $-30 + 0 + 100 = 70$ |
| (3, 2) | $-90 + 40 + 100 = 50$ |
| (0, 3) | $0 + 60 + 100 = 160$ |
| (-3, 2) | $90 + 40 + 100 = 230$ |
| (-1, 0) | $30 + 0 + 100 = 130$ |

Max = 230, min = 50, M - m = 180

18. 二次函數, $y = -(x-2)^2 + 4 = -x^2 + 4x \Rightarrow a=4, b=0$
 $\Rightarrow x^2 - 4x - 0 \geq 5 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 \geq 0 \Rightarrow (x-5)(x+1) \geq 0$ $\frac{+}{-1} \quad \frac{-}{5} \quad \frac{+}{+}$
 $\Rightarrow x \geq 5$ 或 $x \leq -1$

19. $C_1: (x+1)^2 + (y+1)^2 = \sqrt{2}^2, O_1(-1, -1), r_1 = \sqrt{2}$
 $C_2: (x-1)^2 + (y-1)^2 = \sqrt{2}^2, O_2(1, 1), r_2 = \sqrt{2} \quad L: x+y=0$

(A)(C)d(O₁, L) = $\frac{|-1-1|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \sqrt{2} = r_1 \therefore L$ 為 C₁ 之切線;

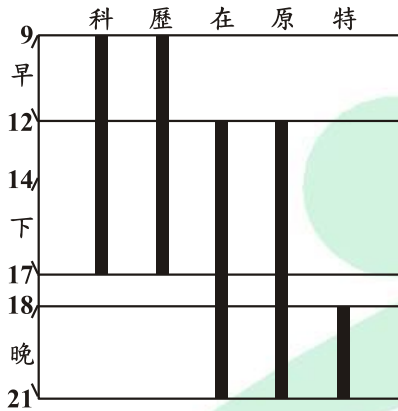
(B)d(O₂, L) = $\frac{|1+1|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \sqrt{2} = r_2 \therefore L$ 為 C₂ 之切線;

(D)兩圓心連線過第一象限及第三象限。

20. $a_1=400, d=7\frac{2}{3} = \frac{23}{3}, S_7 = \frac{[2a_1 \times (n-1)d] \times n}{2} = \frac{(2 \times 400 + 6 \times \frac{23}{3}) \times 7}{2} = 2961$

ALeader

21. 兩天早上排科學展示館或歷史文化館，方法數 $2! = 2$
 第一天晚上排特色美食夜市，方法數 $= 1$
 剩餘兩天下午排在地文創館或原住民部落市集，方法數 $2! = 2$
 規劃方式共 $2 \times 1 \times 2 = 4$



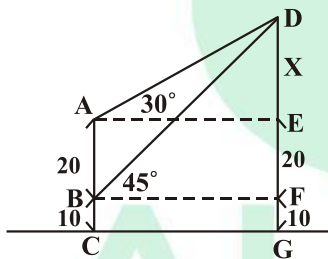
22. 不失一般性，假設小華參加前 5 項

$$n(S) = C_5^{10} = 252, n(\text{恰 2 同}) = C_2^5 \times C_3^5 = 100, P = \frac{100}{252}$$

23. 如圖設 $\overline{DE} = x$ ，則 $\overline{AE} = \sqrt{3}x = \overline{BF}$ ，由 $\triangle BDF$ 中 $\Rightarrow \overline{BF} = \overline{DF}$

$$\Rightarrow \sqrt{3}x = x + 20 \Rightarrow x = \frac{20}{\sqrt{3}-1} = 10(\sqrt{3} + 1) = 10\sqrt{3} + 10$$

$$\therefore \text{鐵塔高} = x + 30 = 40 + 10\sqrt{3}$$



24. 選(A, B, C)付 45 選(A, B, D)付 50 選(A, B, E)付 55 選(A, C, D)付 55
 選(A, C, E)付 60 選(A, D, E)付 65 選(B, C, D)付 55 選(B, C, E)付 60
 選(B, D, E)付 65 選(C, D, E)付 65
 \Rightarrow 共 5 種付法

25. 若員工薪水為 $\overbrace{x, x, x, \dots, x}^{16 \text{ 項}}$
經理薪水為 y, y, y, y ，則中位數 $= x = 4$ (萬)
 $\Rightarrow \frac{16 \times 4 + 4y}{20} = 5 \quad \therefore y = 9$ (萬)
 $\therefore S = \sqrt{\frac{1}{20}[16(4-5)^2 + 4 \times (9-5)^2]} = \sqrt{4} = 2$

