

# 109 學年度四技二專統一入學測驗

## 數學(B) 試題

### 數學 B 參考公式

1. 二倍角公式： $\sin 2\theta = 2\sin\theta \cos\theta$

2. 設有一組母體資料  $x_1, x_2, \dots, x_N$ ，其算術平均數為  $\mu$ ，則母體標準差為

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}}$$

3. 點  $P(x_0, y_0)$  到直線  $L: ax + by + c = 0$  的距離為  $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

4. 參考數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ 、 $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ 、 $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ 、 $\log_{10} 7 \approx 0.8451$

1. 若  $\sin 2\theta = \frac{1}{2}$ ，則  $(\sin\theta + \cos\theta)^2 = ?$

(A)  $\frac{1}{4}$                       (B)  $\frac{3}{4}$                       (C) 1                      (D)  $\frac{3}{2}$ 。

2. 若  $\theta$  為一個象限角，且由計算器得知  $\sin\theta$  及  $\cos\theta$  都小於 0，則  $\theta$  為哪一象限角？

(A) 第一象限                      (B) 第二象限                      (C) 第三象限                      (D) 第四象限。

3. 某一個電腦的過關遊戲中，從據點 A 到據點 C 必須經過據點 B。若從據點 A 到據點 B 可以選擇的路徑有 2 條，從據點 B 到據點 C 可以選擇的路徑有 3 條，則從據點 A 到據點 C 有幾種走法？

(A) 5                      (B) 6                      (C) 8                      (D) 9。

4. 若  $f(x) = x + \pi^2$ ，其中  $\pi$  為圓周率，則  $f'(x) = ?$

(A) 1                      (B)  $1 + \pi$                       (C)  $1 + 2\pi$                       (D)  $1 + \pi^2$ 。

5. 若  $\theta$  為第二象限角，且  $\sin\theta = \frac{\sqrt{7}}{4}$ ，則  $\cos\theta = ?$

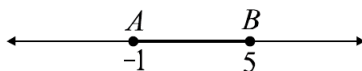
(A)  $-\frac{3}{4}$                       (B)  $-\frac{\sqrt{5}}{4}$                       (C)  $\frac{\sqrt{5}}{4}$                       (D)  $\frac{3}{4}$ 。

6. 已知甲、乙兩人同時投資不同股票且兩人的投資互不影響。若甲的獲利機率為 0.5，乙的獲利機率為 0.8，則兩人同時獲利的機率為何？

(A) 0.8                      (B) 0.65                      (C) 0.5                      (D) 0.4。

7. 若點 A 與點 B 在數線上的坐標分別是 -1 與 5，則線段  $\overline{AB}$  (包含兩端點，如圖(一)所示) 是下列哪一個不等式之解的圖形？

(A)  $|x - 1| \leq 4$       (B)  $|x + 1| \leq 5$       (C)  $x^2 - 4x - 5 \leq 0$       (D)  $x^2 + 6x + 5 \leq 0$ 。



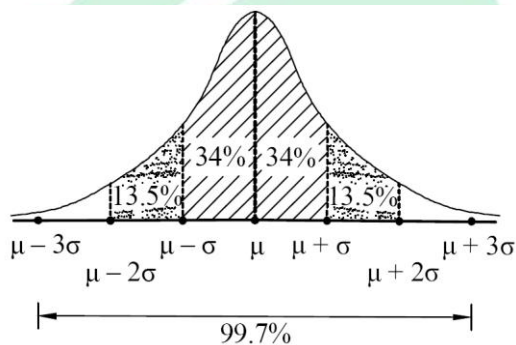
圖(一)

8. A 公司提供的免費午餐有素食及葷食二種選擇。根據某員工在公司的用餐習慣，用素食的隔天再用素食的機率為 0.8，而用葷食的隔天用素食的機率為 0.5。若該員工星期二用葷食，則星期四用素食的機率為何？

(A) 0.25      (B) 0.4      (C) 0.64      (D) 0.65。

9. 已知某項考試共有 3600 人應考，考試成績近似常態分配，如圖(二)所示，又考試成績的平均分數  $\mu$  為 65 分，標準差  $\sigma$  為 10 分。若成績高於 85 分的人數為  $x$ ，則下列何者正確？

(A)  $x \leq 50$       (B)  $51 \leq x \leq 150$       (C)  $151 \leq x \leq 250$       (D)  $251 \leq x \leq 350$ 。



圖(二)

10. 已知某班學生期中考數學科平均成績為 45 分。若老師將每位學生數學科成績加 20 分，則該科的統計資料中平均數、中位數、眾數、標準差在下列敘述中何者正確？

(A) 僅平均數加 20 分      (B) 僅平均數、中位數加 20 分  
(C) 僅標準差未加 20 分      (D) 全部都加 20 分。

11.  $2^{1000}$  大約等於下列何者？

(A)  $10^{100}$       (B)  $10^{200}$       (C)  $10^{300}$       (D)  $10^{400}$ 。

12. 若  $a + a^{-1} = 2$ ，則  $a^3 + a^{-3} = ?$

(A) 2      (B) 4      (C) 6      (D) 8。

13. 若 A、B 兩點分別是拋物線  $y = x^2$  與直線  $x = -3$ 、 $x = 1$  的交點，則直線  $\overleftrightarrow{AB}$  與下列哪一條直線平行？

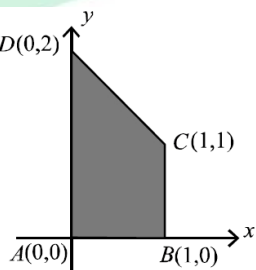
- (A)  $y = -2x$       (B)  $y = \frac{-1}{2}x$       (C)  $y = \frac{1}{2}x$       (D)  $y = 2x$ 。

14. 已知  $(x+1)^3$  除  $f(x)$  的餘式為  $x^2 - 2x + 3$ 。若  $(x+1)^2$  除  $f(x)$  的餘式為  $ax + b$ ，則  $a + b = ?$

- (A) -2      (B) -1      (C) 3      (D) 4。

15. 如圖(三)所示，四邊形 ABCD 的四個頂點為  $A(0, 0)$ 、 $B(1, 0)$ 、 $C(1, 1)$  及  $D(0, 2)$ ，則四邊形 ABCD 區域為下列哪一個聯立不等式的圖解？

- (A)  $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 2 \\ x + 2y \leq 2 \end{cases}$       (B)  $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \\ 2x + y \leq 2 \end{cases}$       (C)  $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ x + y \leq 2 \end{cases}$       (D)  $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \\ x + y \leq 2 \end{cases}$



圖(三)

16. 利用降階法將行列式  $\begin{vmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$  依第二列展開，可得  $a \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ x & 1 \end{vmatrix} + b \begin{vmatrix} 1 & y \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$

$+ c \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & z \end{vmatrix}$ ，則  $a + b + c + x + y + z = ?$

- (A) -4      (B) 0      (C) 5      (D) 6。

17. 求  $\int_{-2}^2 (30x^5 - 16x^7 - 20x^3) dx = ?$

- (A) -192      (B) -6      (C) 0      (D) 192。

18. 若 C 為坐標平面上的雙曲線，且其方程式為  $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ ，則下列哪一條直線與 C 沒有交點？

- (A)  $y = \frac{-2}{5}x$       (B)  $y = \frac{-1}{5}x$       (C)  $y = \frac{3}{5}x$       (D)  $y = \frac{4}{5}x$ 。

19. 已知圓  $C : (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 1$ 。若點  $P$  是圓  $C$  上一點，則  $P$  到直線  $L : 3x + 4y + 8 = 0$  的最短距離為何？  
 (A)1 (B)2 (C)3 (D)4。
20. A 學校桌球校隊有甲、乙、丙、丁、戊五位選手，有一天 A 學校桌球校隊與他校進行友誼賽。由於時間關係，只進行單打、雙打比賽各一場，且兩場比賽同時進行。若任意推出選手參賽(不考慮默契等因素)，則 A 學校可推出的參賽選手名單有多少種？  
 (A)12 (B)30 (C)125 (D)243。
21. 已知  $\alpha$ 、 $\beta$  及  $-3$  為方程式  $x^3 - x^2 - 11x + 3 = 0$  的三個相異解。求  $|\alpha - \beta| = ?$   
 (A) $2\sqrt{3}$  (B)4 (C)6 (D) $4\sqrt{5}$ 。
22. 已知  $A(-1, 4)$ 、 $B(5, 4)$  為坐標平面上兩點。若拋物線  $H : y = C(x - h)^2$  通過  $A$ 、 $B$  兩點，則  $C + h = ?$   
 (A) $\frac{13}{5}$  (B) $\frac{22}{9}$  (C) $\frac{18}{7}$  (D) $\frac{17}{4}$ 。
23. 已知  $A(3, 1)$ 、 $B(2, -3)$ 、 $C(7, -1)$  及  $D(x, y)$  為坐標平面上的四個點。若  $\vec{AB} + 2\vec{AC} = \vec{CD}$ ，則  $x + y = ?$   
 (A) - 8 (B) - 4 (C)5 (D)6。
24. 某部以"尋寶"為主題的電影中，男主角進到第二道關卡時看到了一扇巨大的鐵門，門邊有 100 個按鈕，每個按鈕都有一個數字，分別是從 1 到 100。牆上有一個過關提示，上面印著："有一個等差數列，其第 11 項和第 16 項分別為 31 和 56，按下該數列第 20 項數字的按鈕，鐵門就會打開"，則按下哪一個數字的按鈕就會開門？  
 (A)65 (B)76 (C)83 (D)99。
25. 某甲沿著馬路向正前方一棟大樓直線前進，抬頭看大樓頂端的仰角為 30 度，走了 100 公尺後，第二次抬頭看大樓頂端，此時的仰角為 45 度，則第二次抬頭看大樓時距離大樓還有多遠？  
 (A) $25(\sqrt{3} - 1)$  (B) $50(\sqrt{3} + 1)$  (C) $100(\sqrt{3} - 1)$  (D) $100(\sqrt{3} + 1)$ 。

數學(B) - 【解答】

- 1.(D) 2.(送分) 3.(B) 4.(A) 5.(A) 6.(D) 7.(C) 8.(D) 9.(B) 10.(C)  
 11.(C) 12.(A) 13.(A) 14.(A) 15.(D) 16.(B) 17.(C) 18.(D) 19.(D) 20.(B)  
 21.(A) 22.(B) 23.(C) 24.(B) 25.(B)

# 109 學年度四技二專統一入學測驗

## 數學(B) 試題詳解

- 1.(D) 2.(送分) 3.(B) 4.(A) 5.(A) 6.(D) 7.(C) 8.(D) 9.(B) 10.(C)  
 11.(C) 12.(A) 13.(A) 14.(A) 15.(D) 16.(B) 17.(C) 18.(D) 19.(D) 20.(B)  
 21.(A) 22.(B) 23.(C) 24.(B) 25.(B)

1.  $(\sin\theta + \cos\theta)^2 = \sin^2\theta + 2\sin\theta \cos\theta + \cos^2\theta = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

2. 象限角不屬任一象限；題目改成若 $\theta$ 為一個象限內之角，則 $\sin\theta < 0$ ， $\cos\theta < 0$   
 $\Rightarrow \theta \in \text{III}$

3.  $2 \times 3 = 6$



4.  $f(x) = x + \pi^2$ ,  $f'(x) = 1$

5.  $\sin\theta = \frac{\sqrt{7}}{4}$ ,  $\theta \in \text{II}$   $\Rightarrow \cos\theta = \frac{-3}{4}$

A right-angled triangle is shown in the second quadrant. The hypotenuse is 4, the vertical side is  $\sqrt{7}$ , and the horizontal side is -3. The angle  $\theta$  is measured from the positive x-axis.

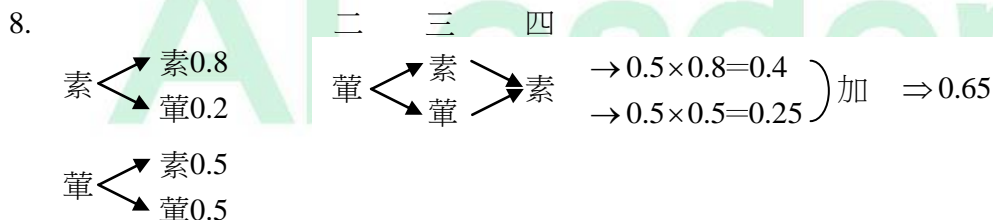
6. 獨立事件  $P(A \cap B) = P(A)P(B) = 0.5 \times 0.8 = 0.4$

7. (A)  $|x - 1| \leq 4 \Rightarrow -4 \leq x - 1 \leq 4 \Rightarrow -3 \leq x \leq 5$

(B)  $|x + 1| \leq 5 \Rightarrow -5 \leq x + 1 \leq 5 \Rightarrow -6 \leq x \leq 4$

(C)  $(x - 5)(x + 1) \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 5$

(D)  $(x + 1)(x + 5) \leq 0 \Rightarrow -5 \leq x \leq -1$



9.  $\mu + 2\sigma = 65 + 2 \times 10 = 85$ ,  $\mu + 2\sigma$  以上佔  $\frac{100-95}{2} \% = 2.5\%$

$\Rightarrow 3600 \times \frac{2.5}{100} = 90$  人

10. 標準差看的是每一個數的離均差，每人多 20 分，平均也多 20 分，差距不變。

11.  $\log 2^{1000} = 1000 \times \log 2 \approx 1000 \times 0.301 = 301$  ,  $\log 10^{300} = 300 \times \log 10 = 300$

12.  $a^3 + a^{-3} = (a + a^{-1})^3 - 3a \cdot a^{-1}(a + a^{-1}) = 2^3 - 3 \times 1 \times 2 = 2$

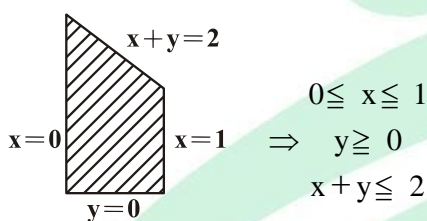
13.  $x = -3$  ,  $y = (-3)^2 = 9$  , 而  $x = 1$  ,  $y = 1^2 = 1 \Rightarrow A(-3, 9)$  ,  $B(1, 1)$

$$m_{\overline{AB}} = \frac{9-1}{-3-1} = -2$$

$y = -2x$  的斜率為  $-2$

14.  $f(x) = (x+1)^3 Q(x) + (x^2 - 2x + 3) = (x+1)^2 [(x+1)Q(x)] + (x^2 + 2x + 1) + (-4x + 2)$   
 $= (x+1)^2 [(x+1)Q(x) + 1] + (-4x + 2) \Rightarrow a = -4$  ,  $b = 2$  ,  $a + b = -4 + 2 = -2$

15.  $\overleftrightarrow{CD} : y - 1 = \frac{2-1}{0-1}(x - 1) \Rightarrow x + y = 2$



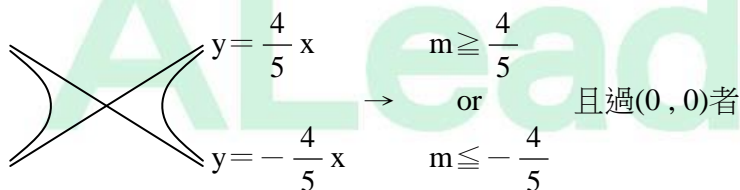
16.  $\begin{vmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -2 \cdot \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$

$\Rightarrow a = -2$  ,  $x = 2$  ,  $b = 1$  ,  $y = -2$  ,  $c = -1$  ,  $z = 2$

$a + b + c + x + y + z = 0$

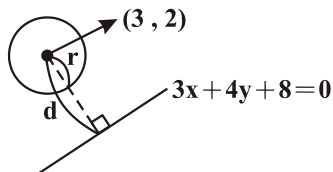
17. 原式  $= \left( \frac{30}{6}x^6 - \frac{16}{8}x^8 - \frac{20}{4}x^4 \right) \Big|_{-2}^2 = 0$  ( $\int_{-a}^a$  奇函數  $dx = 0$ )

18.  $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$  之漸近線  
 $4x + 5y = 0 \Rightarrow m = -\frac{4}{5}$   
 $4x - 5y = 0 \Rightarrow m = \frac{4}{5}$



會與雙曲線沒交點

19. 【法一】



$$d = \frac{|3 \times 3 + 4 \times 2 + 8|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{25}{5} = 5 \Rightarrow \text{最近距離} = d - r = 5 - 1 = 4$$

【法二】

$$C: (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 1 \quad \text{參數式} \begin{cases} x - 3 = \cos\theta \\ y - 2 = \sin\theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \cos\theta + 3 \\ y = \sin\theta + 2 \end{cases}$$

$$P(\cos\theta + 3, \sin\theta + 2) \text{ 到 } L \text{ 的距離為 } \frac{|3(\cos\theta + 3) + 4(\sin\theta + 2) + 8|}{\sqrt{3^2 + 4^2}}$$

$$= \frac{|3\cos\theta + 4\sin\theta + 25|}{5} \text{ 之最小值為 } \frac{|-\sqrt{3^2 + 4^2} + 25|}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

20.  $C_1^5 \times C_2^4 = 5 \times 6 = 30$

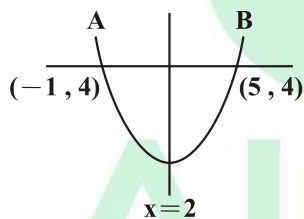
$$21. \begin{array}{r} 1-1-11+3 \\ -3+12-3 \\ \hline 1-4+1 \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \\ 0 \end{array} \quad -3$$

$$x^3 - x^2 - 11x + 3 = (x + 3)(x^2 - 4x + 1) = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0 \text{ 之二根為 } \alpha \text{ 和 } \beta$$

$$\alpha + \beta = 4, \alpha\beta = 1, |\alpha - \beta|^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 4^2 - 4 \times 1 = 12$$

$$\rightarrow |\alpha - \beta| = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

22.



$$y = C(x - 2)^2, h = 2, B(5, 4) \text{ 代入 } \Rightarrow 4 = C \times 9 \Rightarrow C = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow C + h = \frac{4}{9} + 2 = \frac{22}{9}$$

23.  $\vec{AB} = (-1, -4), \vec{AC} = (4, -2), \vec{CD} = (x - 7, y + 1)$

$$\Rightarrow \vec{AB} + 2\vec{AC} = \vec{CD} \Rightarrow (-1, -4) + 2(4, -2) = (x - 7, y + 1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 7 = 7 \\ y + 1 = -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 14 \\ y = -9 \end{cases} \Rightarrow x + y = 5$$

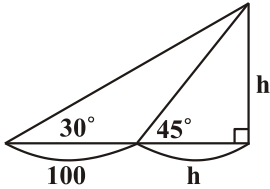
24.  $a_{11} = a_1 + 10d = 31$

$a_{16} = a_1 + 15d = 56$

$\Rightarrow d = 5, a_1 = -19$

$\Rightarrow a_{20} = a_1 + 19d = -19 + 19 \times 5 = 76$

25.



$$\frac{h}{100+h} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sqrt{3}h = h + 100 \Rightarrow h(\sqrt{3} - 1) = 100$$

$$\Rightarrow h = \frac{100}{\sqrt{3}-1} = 50(\sqrt{3} + 1)$$

ALeader