

108 學年度四技二專統一入學測驗

數學(C) 試題

數學 C 參考公式

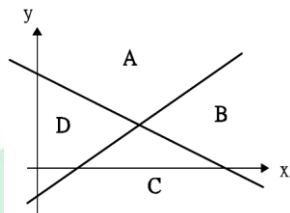
1. 三角函數的和角公式： $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$ ； $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$
2. 若 α 、 β 為一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩根，則 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ 、 $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ 。
3. 若一複數 z 其極式為 $z = r(\cos\theta + i \sin\theta)$ ，其中 $r = |z|$ ，則 $z^n = r^n(\cos n\theta + i \sin n\theta)$ ，其中 n 為正整數。
4. 扇形面積 $A = \frac{1}{2}r^2\theta$ 且周長 $L = 2r + r\theta$ ，其中 r 為扇形的半徑， θ 為扇形的圓心角。
5. 拋物線方程式 $(y - k)^2 = 4c(x - h)$ ：頂點 (h, k) ，焦點 $(h + c, k)$ ，準線 $x = h - c$ 。
6. 橢圓方程式 $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ ， $a \geq b > 0$ ：中心 (h, k) ，焦點 $(h \pm c, k)$ ，其中 $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ 。
7. 雙曲線方程式 $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ ：中心 (h, k) ，焦點 $(h \pm c, k)$ ，其中 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ 。
8. 相異物的直線排列數 $P_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$ ，不可重覆的組合數 $C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ 。
9. 設有一組抽樣資料 x_1, x_2, \dots, x_n ，其算術平均數為 \bar{x} ，則樣本標準差為 $S =$

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

1. 已知 $\vec{u} = (1, 1)$ ， $\vec{v} = (x + 4, y - 1)$ 及 $\vec{w} = (2x, y)$ 。若 \vec{u} 與 \vec{v} 垂直且 \vec{u} 與 \vec{w} 平行，則下列何者正確？
(A) $x = 1$ (B) $y = -2$ (C) $y = 1$ (D) $x = -2$ 。
2. 若 $3 < \log_{0.5}(2x + 1) < 4$ ，則 x 的範圍為何？
(A) $-\frac{3}{8} < x < -\frac{1}{4}$ (B) $-\frac{7}{16} < x < -\frac{3}{8}$
(C) $-\frac{15}{32} < x < -\frac{7}{16}$ (D) $-\frac{31}{64} < x < -\frac{15}{32}$ 。

3. 有兩條直線 $L_1 : 3x - 5y = 2$ 、 $L_2 : x + 2y = 3$ 將平面分成四個區域，如圖所示，試問區域 A 可用哪一組不等式表示？

(A) $\begin{cases} 3x - 5y \geq 2 \\ x + 2y \geq 3 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} 3x - 5y \leq 2 \\ x + 2y \geq 3 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} 3x - 5y \geq 2 \\ x + 2y \leq 3 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} 3x - 5y \leq 2 \\ x + 2y \leq 3 \end{cases}$ 。



4. 已知下列兩個聯立方程組有相同的解 (x, y, z) ，試問 a 的值為何？

$$\begin{cases} 3x - 4y + z = 4 \\ 5x + 2y - 2z = 3 \end{cases}, \begin{cases} 2x + 3y - 2z = a \\ 4x + 5y - 3z = 1 \end{cases}$$

- (A) - 1 (B) 0 (C) 1 (D) 2。
5. 已知扇形的面積為 1 且其周長為 5，試問此扇形的半徑為何？
 (A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) 2。
6. 有一梯子斜靠於牆上，且梯子、地面及牆面構成一個 30° 、 60° 、 90° 的直角三角形。若梯子沿牆面下滑 $\frac{1}{2}$ 公尺時，則梯子、地面及牆面構成一個 45° 、 45° 、 90° 的直角三角形。試問梯長為多少公尺？
 (A) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$ (C) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ (D) $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ 。
7. 已知 $f(x)$ 與 $g(x)$ 均為多項式，若以 $x^2 - 3x + 2$ 除 $f(x)$ 所得餘式為 $3x - 4$ ，以 $x - 1$ 除 $g(x)$ 所得餘式為 5，則以 $x - 1$ 除 $f(x) + g(x)$ 所得餘式為何？
 (A) - 4 (B) - 3 (C) 3 (D) 4。
8. 已知 $\frac{x^2 + 5x + 6}{(x - 2)(x^2 + 1)} = \frac{A}{x - 2} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$ ，其中 A 、 B 與 C 為實數，則 $A + 2B + 3C = ?$
 (A) - 5 (B) 0 (C) 8 (D) 10。
9. 已知坐標平面上三直線 $L_1 : 3x + 3y = 2$ 、 $L_2 : 2x - 3y = 3$ 、 $L_3 : x - ay = -2$ ，且這三直線將平面分成六個區域，則 a 不可以是下列哪一個值？
 (A) $\frac{3}{2}$ (B) 1 (C) - 1 (D) - 9。

10. 某次啦啦隊競賽規定，每隊組隊人數 8 人且男、女生均至少 2 人。某班共有 4 名男生與 6 名女生想參加啦啦隊競賽，若由此 10 人中依規定選出 8 人組隊，則共有多少種組隊方式？
 (A)45 (B)60 (C)75 (D)90。
11. 下列何選項的值為組合數 C_3^8 ？
 (A)「由 8 人中選 3 人分別擔任班長、副班長與康樂股長」所有的可能情形
 (B) $(x-1)^8$ 展開式中， x^3 項的係數
 (C)「AAABBBBB 共 8 個字母任意排列」所有的可能情形
 (D)「8 枝相同的筆全部分給 3 人且每人至少得到 1 枝筆」所有的可能情形。
12. 利用簡單隨機抽樣，從 10 位同學中選取 2 位同學參加比賽，若選中 2 位同學均為男生的機率小於 $\frac{1}{10}$ ，則選中 2 位女生機率的最小值為何？
 (A) $\frac{7}{15}$ (B) $\frac{8}{15}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{2}{3}$ 。
13. 已知 $\{a_n\}$ 為等差數列且滿足 $a_1 > 0$ 、 $a_5 = 3a_{12}$ 。則當 n 為多少時， a_n 開始為負數？
 (A)14 (B)15 (C)16 (D)17。
14. 已知 $F(x) = \frac{d}{dx} \left[\int_1^x (t^2+1)dt \right]$ ，則 $F(1) = ?$
 (A) - 1 (B)0 (C)1 (D)2。
15. 已知函數 $f(x)$ 的導函數為 $g(x) = x^2 - 4x + 2$ ，則 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = ?$
 (A) - 2 (B) - 1 (C)1 (D)2。
16. 若點 $P(x, y)$ 為有向角 θ 終邊上一點且 $xy \neq 0$ ，則下列何者正確？
 (A) $x \sin\theta > 0$ (B) $y \cos\theta > 0$ (C) $x \cot\theta > 0$ (D) $y \csc\theta > 0$ 。
17. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\frac{\cos B + i \sin B}{(\cos A + i \sin A)(\cos C + i \sin C)}$ 為實數其中 $i = \sqrt{-1}$ ，則 $\triangle ABC$ 必為何種三角形？
 (A)等腰三角形 (B)銳角三角形 (C)直角三角形 (D)鈍角三角形。
18. 下列為四個班級某次數學測驗的成績分組資料，若以各組的組中點取代該組資料的原始數據，則何者的成績標準差最小？
- | | | | | | | | |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| (A) | 分數組別 | 30~40 | 40~50 | 50~60 | 60~70 | 70~80 | 80~90 |
| | 人數 | 8 | 6 | 7 | 7 | 6 | 8 |
- | | | | | | | | |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| (B) | 分數組別 | 30~40 | 40~50 | 50~60 | 60~70 | 70~80 | 80~90 |
| | 人數 | 18 | 2 | 1 | 1 | 2 | 18 |
- | | | | | | | | |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| (C) | 分數組別 | 30~40 | 40~50 | 50~60 | 60~70 | 70~80 | 80~90 |
| | 人數 | 1 | 2 | 18 | 18 | 2 | 1 |
- | | | | | | | | |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| (D) | 分數組別 | 30~40 | 40~50 | 50~60 | 60~70 | 70~80 | 80~90 |
| | 人數 | 10 | 10 | 1 | 1 | 10 | 10 |

19. 已知坐標平面上三直線 L 、 L_1 與 L_2 ，若直線 L 為水平線， L_1 與 L_2 的斜率分別為 $\frac{2}{3}$ 與 $-\frac{3}{2}$ ，且直線 L 被 L_1 與 L_2 所截出的線段長為 26，則此三直線所圍成的三角形面積為多少平方單位？
- (A)39 (B)52 (C)78 (D)156。
20. 已知 $\log_4(4^x - 2^x + 52) = x + 1$ ，試問 $\log(x^2 \cdot 5^x) = ?$
- (A)2 (B)3 (C)4 (D)5。
21. 計算 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (1 + \frac{k}{n}) = ?$
- (A) $\frac{3}{2}$ (B)1 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{8}$ 。
22. 已知點 F 及直線 L 分別為橢圓 $\frac{x^2}{25} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$ 的焦點及短軸。若以直線 L 為準線及點 F 為焦點所作出拋物線的方程式為 $4c(x-h) = (y-k)^2$ ，則 $|chk| = ?$
- (A)12 (B)8 (C)6 (D)4。
23. 已知 F_1 、 F_2 為橢圓 $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$ 的焦點，且 F_3 、 F_4 為雙曲線 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的焦點。若 P 點為上述橢圓與雙曲線之交點，則下列何者正確？
- (A) $\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 24$ (B) $\overline{PF_3} + \overline{PF_4} = 26$ (C) $|\overline{PF_1} - \overline{PF_2}| = 6$ (D) $|\overline{PF_3} - \overline{PF_4}| = 6$ 。
24. 已知 $O(0, 0)$ 、 $P(-3, 4)$ 與 $Q(x, y)$ 為坐標平面上三點。若以 O 為圓心， \overline{OP} 為半徑，逆時針方向轉動 30° 後， P 點與 Q 點重疊，則下列何者正確？
- (A) $x = \frac{-3\sqrt{3}-4}{2}$ (B) $x = \frac{-3\sqrt{3}+4}{2}$ (C) $y = \frac{4\sqrt{3}-3}{10}$ (D) $y = \frac{4\sqrt{3}+3}{2}$ 。
25. 小明設計了一款迴力鏢，已知將此迴力鏢擲出後，迴力鏢過了時間 t 秒後與小明的距離為 $f(t) = \frac{100t}{t^2+9}$ 公尺，若在 t_0 秒時，迴力鏢離小明最遠，則 $t_0 = ?$
- (A)1 (B)2 (C)3 (D)4。

【解答】

- 1.(B) 2.(C) 3.(B) 4.(B) 5.(D) 6.(C) 7.(D) 8.(A) 9.(B) 10.(A)
 11.(C) 12.(A) 13.(C) 14.(D) 15.(B) 16.(D) 17.(C) 18.(C) 19.(D) 20.(A)
 21.(A) 22.(D) 23.(B) 24.(A) 25.(C)

108 學年度四技二專統一入學測驗

數學(C) 試題詳解

- 1.(B) 2.(C) 3.(B) 4.(B) 5.(D) 6.(C) 7.(D) 8.(A) 9.(B) 10.(A)
11.(C) 12.(A) 13.(C) 14.(D) 15.(B) 16.(D) 17.(C) 18.(C) 19.(D) 20.(A)
21.(A) 22.(D) 23.(B) 24.(A) 25.(C)

1. (1) $\vec{u} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow 1(x+4) + 1(y-1) = 0 \Rightarrow x+y = -3$

(2) $\vec{u} // \vec{w} \Rightarrow \frac{1}{2x} = \frac{1}{y} \Rightarrow y = 2x$

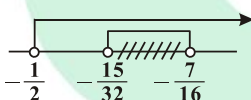
由(1)(2) $\begin{cases} x+y = -3 \\ y = 2x \end{cases} \Rightarrow x+2x = -3 \Rightarrow x = -1, y = -2$

2. (1) 真數 $> 0 \Rightarrow 2x+1 > 0 \Rightarrow x > -\frac{1}{2}$

(2) $3 < \log_{0.5}(2x+1) < 4 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^3 < \log_{\frac{1}{2}}(2x+1) < \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^4$

$\Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{8} < \log_{\frac{1}{2}}(2x+1) < \log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{16} \Rightarrow \frac{1}{8} > 2x+1 > \frac{1}{16}$

$\xrightarrow{\text{減1}} -\frac{7}{8} > 2x > -\frac{15}{16} \Rightarrow -\frac{7}{16} > x > -\frac{15}{32}$

由(1)∩(2) : 

$\therefore -\frac{15}{32} < x < -\frac{7}{16}$

3. A 區域 $\Rightarrow \begin{cases} (0,0) \text{ 代入 } L_1 \text{ 須合理} \\ (0,0) \text{ 代入 } L_2 \text{ 須不合理} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x-5y \leq 2 \\ x+2y \geq 3 \end{cases}$

4. 解 $\begin{cases} 3x-4y+z=4 \cdots (1) \\ 5x+2y-2z=3 \cdots (2) \\ 4x+5y-3z=1 \cdots (3) \end{cases}$

由(1)×2+(2) : $11x-6y=11 \Rightarrow 77x-42y=77 \cdots (4)$

(1)×3+(3) : $13x-7y=13 \Rightarrow 78x-42y=78 \cdots (5)$

由(5)-(4) : $x=1$ 代入(4) $y=0$ 代入(1) $z=1$

代(1, 0, 1)到 $2x+3y-2z=a \therefore a=2+0-2=0$

5. (1) $A = \frac{1}{2} r^2 \cdot \theta = 1 \Rightarrow r^2 \cdot \theta = 2$

(2) $2r + r\theta = 5 \Rightarrow r\theta = 5 - 2r$ 代入(1)

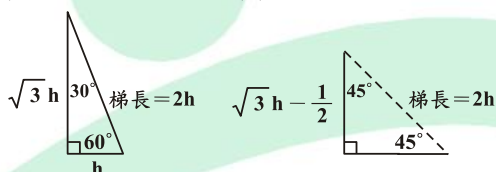
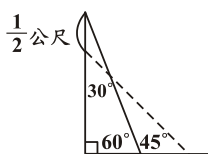
$$r^2 \cdot \theta = r \cdot r\theta = r(5 - 2r) = 2 \Rightarrow 5r - 2r^2 = 2 \Rightarrow 2r^2 - 5r + 2 = 0$$

$$\Rightarrow (2r - 1)(r - 2) = 0$$

$$\Rightarrow r = \frac{1}{2} \quad \text{or} \quad r = 2 \dots \text{代回(1)}$$

$$\theta = 8 \text{ (徑) (不合)} ; \theta = \frac{1}{2} \text{ (徑)}$$

6. (1) (2)



由：畢氏定理 $\Rightarrow (\sqrt{3}h - \frac{1}{2})^2 + (\sqrt{3}h - \frac{1}{2})^2 = (2h)^2 \Rightarrow (\sqrt{3}h - \frac{1}{2})^2 = 2h^2$

$$\Rightarrow 3h^2 - \sqrt{3}h + \frac{1}{4} = 2h^2 \Rightarrow h^2 - \sqrt{3}h + \frac{1}{4} = 0$$

$$\therefore h = \frac{-(-\sqrt{3}) \pm \sqrt{(-\sqrt{3})^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{1}{4}}}{2} = \frac{\sqrt{3} \pm \sqrt{2}}{2}$$

故梯長 $= 2h = \sqrt{3} \pm \sqrt{2}$ (負不合)

7. $f(x) = (x^2 - 3x + 2)Q_1(x) + (3x - 4) \dots f(1) = -1$

$$g(x) = (x - 1)Q_2(x) + 5 \dots g(1) = 5$$

$x - 1$ 除 $f(x) + g(x)$ 之餘式 $= f(1) + g(1) = -1 + 5 = 4$

8. 通分去分母： $x^2 + 5x + 6 = A(x^2 + 1) + (Bx + C)(x - 2)$

$$\text{代 } x = 2 : 20 = 5A \Rightarrow A = 4$$

$$\text{比較 } x^2 \text{ 項} : 1 = A + B \Rightarrow B = -3$$

$$\text{常數項} : 6 = A - 2C \Rightarrow C = -1$$

$A + 2B + 3C = 4 - 6 - 3 = -5$

$$9. \left. \begin{aligned} L_1 : 3x + 3y = 2 &\Rightarrow m_1 = -\frac{3}{3} = -1 \\ L_2 : 2x - 3y = 3 &\Rightarrow m_2 = -\frac{2}{-3} = \frac{2}{3} \end{aligned} \right\} \text{交點}(1, -\frac{1}{3})$$

$$L_3 : x - ay = -2 \Rightarrow m_3 = -\frac{1}{-a} = \frac{1}{a}$$

將平面分成六個區域

(1) L_1/L_3 (2) L_2/L_3 (3) L_3 通過交點 $(1, -\frac{1}{3})$

$\therefore a = -1$ $\therefore a = \frac{3}{2}$ $\Rightarrow 1 - a(-\frac{1}{3}) = -2$
 $\Rightarrow 1 + \frac{a}{3} = -2$
 $\Rightarrow \frac{a}{3} = -3 \Rightarrow a = -9$

10. 2 男 6 女 or 3 男 5 女 or 4 男 4 女

$$= C_2^4 \cdot C_6^6 + C_3^4 \cdot C_5^6 + C_4^4 \cdot C_4^6 = 6 + 24 + 15 = 45$$

11. (A) P_3^8 ; (B) $(x + (-1))^8 \Rightarrow C_r^8 \cdot x^{8-r} \cdot (-1)^r$ 代 $r=5$

$$\Rightarrow x^3 \text{ 項係數} = C_5^8 \cdot (-1)^5 = -C_5^8 = -C_3^8;$$

(C) AAABBBBB 排列 = $\frac{8!}{3! 5!} = 56 = C_3^8$;

(D) $H_5^3 = C_5^7 = C_2^7$

12. 設 10 位同學 $\begin{cases} \text{男有 } x \text{ 人} \\ \text{女有 } (10-x) \text{ 人} \end{cases}$

$$P_{(2 \text{ 男})} = \frac{C_2^x}{C_2^{10}} = \frac{C_2^x}{45} < \frac{1}{10} \Rightarrow C_2^x < \frac{9}{2} \Rightarrow \text{最大 } x = 3 \Rightarrow \begin{cases} \text{男生最多 } 3 \text{ 人} \\ \text{女生最少 } 7 \text{ 人} \end{cases}$$

故 $P_{(2 \text{ 女})}$ 的最小值 = $\frac{C_2^7}{C_2^{10}} = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$

13. (1) $a_5 = 3a_{12} = 3(a_5 + 7d) = 3a_5 + 21d \quad \therefore a_5 = -\frac{21}{2}d$
 (2) $a_5 = a_1 + 4d \Rightarrow -\frac{21}{2}d = a_1 + 4d \Rightarrow a_1 = -\frac{29}{2}d > 0 \quad \therefore d < 0$
 (3) $a_n = a_1 + (n-1)d = -\frac{29}{2}d + (n-1)d = (n - \frac{31}{2})d$
 $a_n < 0 \Rightarrow (n - \frac{31}{2})d < 0 \xrightarrow{\text{除以}d} n - \frac{31}{2} > 0 \Rightarrow n > \frac{31}{2} \Rightarrow n \text{ 最小為 } 16$

14. (1) $\int_1^x (t^2+1)dt = (\frac{t^3}{3} + t) \Big|_1^x = (\frac{x^3}{3} + x) - (\frac{1}{3} + 1) = \frac{x^3}{3} + x - \frac{4}{3}$

(2) $F(x) = \frac{d}{dx} (\frac{x^3}{3} + x - \frac{4}{3}) = x^2 + 1$

(3) $F(1) = 1^2 + 1 = 2$

15. $f'(x) = g(x) = x^2 - 4x + 2$

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1) = g(1) = 1^2 - 4 \cdot 1 + 2 = -1$

16. $\theta \in I$ or II or III 均須判斷 \Rightarrow 省略

$\theta \in IV$ 時 $\Rightarrow \begin{cases} \sin\theta < 0 \\ \cos\theta > 0 \\ \cot\theta < 0 \\ \csc\theta < 0 \end{cases} \quad P(x, y) \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y < 0 \end{cases}$

故：(A) $x \sin\theta < 0$; (B) $y \cos\theta < 0$; (C) $x \cot\theta < 0$; (D) $y \csc\theta > 0$

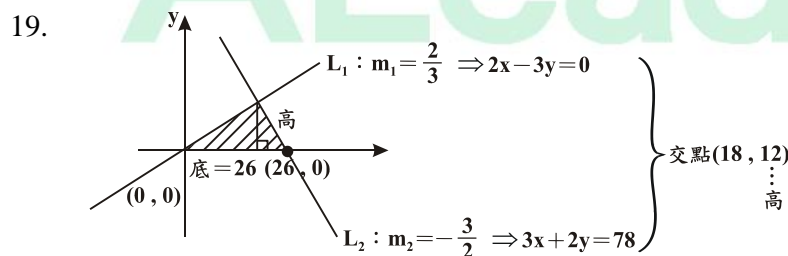
17. (1) $\frac{\cos B + i \sin B}{(\cos A + i \sin A)(\cos C + i \sin C)} = \cos(B - A - C) + i \cdot \sin(B - A - C) \in R$

$\therefore \sin(B - A - C) = 0 \Rightarrow B - A - C = 0 \Rightarrow B = A + C$

(2) $A + B + C = 180^\circ \Rightarrow 180^\circ - B = A + C$

由(1)(2) : $B = 180^\circ - B \Rightarrow B = 90^\circ \Rightarrow$ 直角三角形

18. 選項(C)人數多數落於 50~70 \Rightarrow 離差平方和"多數很小", 故成績標準差最小



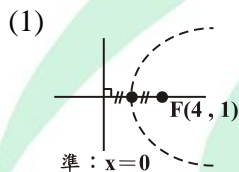
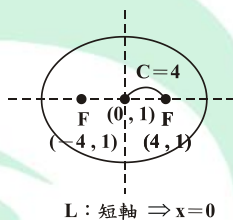
三角形面積 = $\frac{26 \cdot 12}{2} = 156$

20. (1) $\log_4(4^x - 2^x + 52) = x + 1 \Rightarrow 4^{x+1} = 4^x - 2^x + 52 \Rightarrow 4 \cdot (2^x)^2 = (2^x)^2 - 2^x + 52$
 $\Rightarrow 3(2^x)^2 + (2^x) - 52 = 0 \Rightarrow (3 \cdot 2^x + 13)(2^x - 4) = 0$
 $\Rightarrow 2^x = -\frac{13}{3}$ (不合) or $2^x = 4 = 2^2 \Rightarrow x = 2$

(2) $\log(x^2 \cdot 5^x) = \log(2^2 \cdot 5^2) = \log 10^2 = 2 \log 10 = 2$

21. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (1 + \frac{k}{n}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} [(1 + \frac{1}{n}) + (1 + \frac{2}{n}) + (1 + \frac{3}{n}) + \dots + (1 + \frac{n}{n})]$
 $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} [n + \frac{1+2+3+\dots+n}{n}] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} [n + \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{n}] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} (n + \frac{n+1}{2})$
 $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{3n+1}{2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{2n} = \frac{3}{2}$

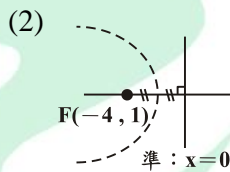
22. $\frac{x^2}{25} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1 \Rightarrow$ 中心 $(0, 1)$, $a=5$, $b=3$
 利用 $a^2 = b^2 + c^2$
 $\Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 16$, $c=4$



頂點 $(2, 1) \Rightarrow \begin{cases} h=2 \\ k=1 \end{cases}$

$|c| = 2 \Rightarrow c = \pm 2$ (取正)

$|chk| = |2 \cdot 2 \cdot 1| = 4$



頂點 $(-2, 1) \Rightarrow \begin{cases} h=-2 \\ k=1 \end{cases}$

$|c| = 2 \Rightarrow c = \pm 2$ (取負)

$|chk| = |(-2)(-2) \cdot 1| = 4$

23.

橢圓: $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$

\Rightarrow 中心 $(0, 0)$, $a=13$, $b=12$, $c=5$

\Rightarrow 焦點 $(5, 0)$, $(-5, 0)$

雙曲線: $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

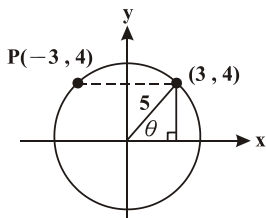
\Rightarrow 中心 $(0, 0)$, $a=4$, $b=3$, $c=5$

\Rightarrow 焦點 $(5, 0)$, $(-5, 0)$

相同

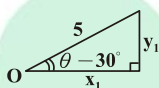
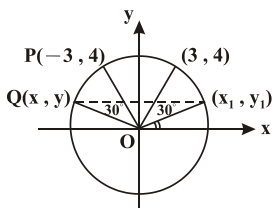
故 $\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = \overline{PF_3} + \overline{PF_4} = 2a = 26$; $|\overline{PF_3} - \overline{PF_4}| = |\overline{PF_1} - \overline{PF_2}| = 2a = 8$

24.



$$\sin \theta = \frac{4}{5}$$

$$\cos \theta = \frac{3}{5}$$



$$\cos(\theta - 30^\circ) = \frac{x_1}{5}$$

$$\Rightarrow x_1 = 5 \cdot \cos(\theta - 30^\circ)$$

$$= 5 \cdot (\cos \theta \cdot \cos 30^\circ + \sin \theta \cdot \sin 30^\circ)$$

$$= 5 \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} \right)$$

$$= 5 \cdot \frac{3\sqrt{3} + 4}{10} = \frac{3\sqrt{3} + 4}{2}$$

$$\text{由對稱：} x = -x_1 = -\frac{3\sqrt{3} + 4}{2} = \frac{-3\sqrt{3} - 4}{2}$$

25.
$$f(t) = \frac{100t}{t^2 + 9}$$

$$f'(t) = \frac{(100t)'(t^2 + 9) - (t^2 + 9)'(100t)}{(t^2 + 9)^2} = \frac{100(t^2 + 9) - 2t(100t)}{(t^2 + 9)^2} = \frac{-100t^2 + 900}{(t^2 + 9)^2}$$

$$\text{極值發生在 } \Rightarrow f'(t_0) = 0 \Rightarrow -100t_0^2 + 900 = 0 \Rightarrow t_0^2 = 9 \Rightarrow t_0 = 3$$

ALeader