

108 學年度四技二專統一入學測驗

數學(B) 試題

數學 B 參考公式

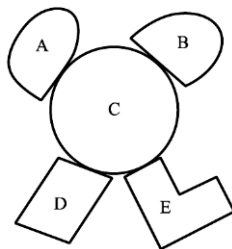
1. 首項為 a ，公比為 $r(r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ 。
2. 若 α 、 β 為一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩根，則 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ 、 $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ 。
3. 相異物的直線排列數 $P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$ 、不可重複的組合數 $C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ 、重複組合數 $H_r^n = C_r^{r+n-1}$ 。
4. $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$ 、 $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$ 。

1. 甲同學想要網購某支特定手機，上網逛了 7 家購物網站後，告訴好友說：「該款手機的價差不大，在 100 元以內」。試問甲所說的話中，應用了下列哪一種統計量？
(A)四分位距 (B)全距 (C)標準差 (D)百分位數。
2. 假設分針原始指在時鐘 12 的位置，現將分針依順時針的方向轉了 2019° 。試問下列敘述何者正確？
(A)分針指在 9 跟 10 之間 (B)分針指在 7 跟 8 之間
(C)分針指在 5 跟 6 之間 (D)分針指在 3 跟 4 之間。
3. 下列何值與 $\log_2 5$ 相等？
(A) $\log 5 - \log 2$ (B) $\log\left(\frac{5}{2}\right)$ (C) $\frac{\log 50}{\log 20}$ (D) $\frac{\log 25}{\log 4}$ 。
4. 若方程式 $3x^2 - 39x + k = 0$ 的兩根為連續整數，則 $k = ?$
(A)168 (B)126 (C)84 (D)42。
5. 已知直線 L 之斜率為 2， x 截距為 3。試問 L 與兩坐標軸所包圍三角形之面積為何？
(A) $\frac{9}{4}$ (B) $\frac{9}{2}$ (C)6 (D)9。

6. 設 $f(x)$ 為三次多項式，已知 $f(-1) = 4$ 且 $f(-2) = f(1) = f(3) = 0$ 。試問 $f(x)$ 除以 $x - 2$ 之餘式為何？
- (A) - 6 (B) - 2 (C) 3 (D) 5。
7. 設 x 、 y 為實數，且 $x - 2y = 10$ 。試問 $f(x, y) = x^2 + y^2$ 之最小值為何？
- (A) 25 (B) 20 (C) 17 (D) 16。
8. 設 $(3^m)^3 = 729$ 且 $4^{n-m} = \frac{1}{256}$ ，則 $m + n = ?$
- (A) - 1 (B) 0 (C) 1 (D) 2。
9. 若 $a = \sin\theta$ ，則下列敘述何者恆為正確？
- (A) $\sin(\theta + 90^\circ) = a$ (B) $\cos(\theta + 90^\circ) = a$
 (C) $\sin(\theta + 180^\circ) = -a$ (D) $\cos(\theta + 180^\circ) = -a$ 。
10. 當角度 θ 由 15° 上升至 75° 時，關於 $\tan\theta$ 之值的變化，下列敘述何者正確？
- (A) 一直上升 (B) 一直下降 (C) 先上升後下降 (D) 先下降後上升。
11. 一顆雞蛋從生產到運送至超市販售，所需的成本為 4 元，在超市的售價為 5 元，其獲利由蛋農與超市平分；但運送過程中破裂或超過保存期限等因素，超市會將雞蛋銷毀，雞蛋即無法成功銷售，超市亦不付蛋農任何款項。若一顆雞蛋無法成功銷售的機率為 0.006，則蛋農一顆雞蛋之獲利的期望值為多少元？
- (A) 0.473 (B) 0.5 (C) 0.967 (D) 0.97。
12. 在理想環境下，將一球自離地面 30 公尺處垂直落下，球只會上下垂直來回彈跳。若每次反彈高度為前一次高度的 $\frac{2}{5}$ ，則此球靜止前所經過的路程為多少公尺？
- (A) 50 (B) 60 (C) 70 (D) 80。

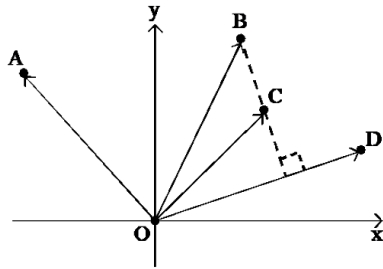
ALeader

13. 某校校長想知道全校學生贊成取消早自習的比例 p ，並將 p 在 95% 的信心水準下之信賴區間簡稱 95% 信賴區間，現從所有學生中隨機抽取樣本數為 36 的一組樣本，利用這 36 位學生的意見求得 p 之 95% 信賴區間為 $[0.642, 0.914]$ 。若學生對早自習是否取消的意見是固定不變的，則下列何者為正確解讀？
- (A) 該校約有 95% 的學生贊成取消早自習
 (B) p 落在 64.2% 與 91.4% 之間的機率為 95%
 (C) 若進行 1000 次抽樣調查，每次皆隨機抽取樣本數為 36 的一組樣本，共可算得 1000 個 p 之 95% 信賴區間，其中約有 950 個區間會包含 p
 (D) 若進行 1000 次抽樣調查，每次皆隨機抽取樣本數為 36 的一組樣本，共可算得 1000 個學生贊成取消早自習的樣本比例，其中約有 950 個會落在 64.2% 與 91.4% 之間。
14. 若拋物線 $y = ax^2 + b$ 之開口向上且與 x 軸沒有交點，則下列敘述何者正確？
 (A) $a > 0, b > 0$ (B) $a > 0, b < 0$ (C) $a < 0, b > 0$ (D) $a < 0, b < 0$ 。
15. 已知直線 L_1 為 $y = m_1x$ 、直線 L_2 為 $y = m_2x$ 。若 m_1 、 m_2 的值皆為 2 、 $\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{1}{2}$ 三種數字之一，彼此取值互為獨立，且三種數字出現的機率相同，則 L_1 和 L_2 相互垂直的機率為何？
 (A) $\frac{4}{9}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{9}$ (D) $\frac{1}{9}$ 。
16. 如圖(一)所示，使用 8 種不同顏色塗在圖中標號 A、B、C、D、E 的 5 個格子內，顏色不可重複使用，若規定同一格子僅塗同一顏色，則共可塗出幾種不同的著色樣式？
 (A) P_5^8 (B) C_5^8 (C) 5^6 (D) 6^5 。



圖(一)

17. 若實數 x 滿足行列式 $\begin{vmatrix} 1-x & 2 & 0 \\ 4 & 6-2x & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 4$ ，則 $\begin{vmatrix} 2 & 3-x & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1-x & -1 & -1 \end{vmatrix} = ?$
- (A)4 (B) - 4 (C)8 (D) - 8。
18. 設函數 $f(x) = 3x^2 + 2x + 1$ 。試問曲線 $y = f(x)$ 在 $x = 1$ 及 $x = 2$ 之間與 x 軸所包圍之區域的面積為何？
- (A)5 (B)7 (C)9 (D)11。
19. 設函數 $f(x) = x^3 - x^2 + x - 2$ 。試問 $f'(1) + f''(1)$ 之值為何？
- (A)1 (B)2 (C)4 (D)6。
20. 小明在平地上測得某一直立高樓的頂端之仰角為 45° 。他面向該高樓向前直行 30 公尺之後，測得高樓頂端之仰角為 60° 。試問小明第二次測仰角時，距離高樓的底部約多少公尺？
- (A)30 (B) $15(\sqrt{3} - 1)$ (C) $15(\sqrt{3} + 1)$ (D)45。
21. 設 (x, y) 滿足 $y \geq 0$, $0 \leq x \leq 4$, $-2 \leq x - 2y \leq 2$ ，試問 $f(x, y) = x - y$ 之最大值為何？
- (A)1 (B)2 (C)3 (D)4。
22. 全班共 40 位同學(座號 1 至 40 號)，導師想挑選 7 位學生進行家庭訪問，先以簡單隨機抽樣從 1 到 6 號抽出 1 個號碼，再依系統抽樣每間隔 6 號找出次一位學生，若超出 40 號以上，則 41 號就是 1 號，42 號就是 2 號，依此類推。試問 2 號被抽中的機率為多少？
- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{7}{40}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{7}$ 。
23. 如圖(二)所示，以 O 為原點的直角坐標系上有四點，由左至右依序為 A 、 B 、 C 、 D ，其中 A 落在第 2 象限， B 、 C 、 D 落在第 1 象限，且直線 BC 與直線 OD 的交點落在 O 、 D 兩點之間。已知 $\angle AOD > 90^\circ$ ，且 \vec{BC} 與 \vec{OD} 的內積為 0。若向量 \vec{OD} 分別與向量 \vec{OA} 、 \vec{OB} 、 \vec{OC} 及 \vec{OD} 求內積，依次得到 a 、 b 、 c 及 d 四個數值，則下列何者正確？
- (A) $b > a > c > d$ (B) $b = c > d > a$ (C) $a > b > c > d$ (D) $d > b = c > a$ 。



圖(二)

24. 已知向量 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 及 \vec{d} 分別自 $(1, 0)$ 、 $(0, 1)$ 或 $(1, 1)$ 三向量中選取出來，例如， $\vec{a} = (1, 0)$ 、 $\vec{b} = (0, 1)$ 、 $\vec{c} = (0, 1)$ 、 $\vec{d} = (1, 1)$ ，或 $\vec{a} = (1, 1)$ 、 $\vec{b} = (0, 1)$ 、 $\vec{c} = (1, 0)$ 、 $\vec{d} = (1, 0)$ 等等皆屬可能的選取情形。若計算 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$ 所有可能的情形後，則可得到幾種不同的結果？
- (A)10 (B)15 (C)20 (D) 3^4 。
25. 已知一圓方程式 $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 9 = 0$ 。若直線 $y = b$ 與該圓有交點，則下列敘述何者正確？
- (A) $b \geq 5$ (B) $b \leq -4$ (C) $-1 \leq b \leq 1$ (D) $2 \leq b \leq 4$ 。

ALeader

【解答】

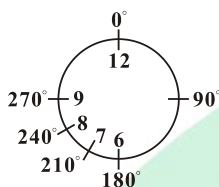
- 1.(B) 2.(B) 3.(D) 4.(B) 5.(D) 6.(B) 7.(B) 8.(B) 9.(C) 10.(A)
 11.(A) 12.(C) 13.(C) 14.(A) 15.(C) 16.(A) 17.(A) 18.(D) 19.(D) 20.(C)
 21.(C) 22.(A) 23.(D) 24.(B) 25.(D)

108 學年度四技二專統一入學測驗

數學(B) 試題詳解

- 1.(B) 2.(B) 3.(D) 4.(B) 5.(D) 6.(B) 7.(B) 8.(B) 9.(C) 10.(A)
11.(A) 12.(C) 13.(C) 14.(A) 15.(C) 16.(A) 17.(A) 18.(D) 19.(D) 20.(C)
21.(C) 22.(A) 23.(D) 24.(B) 25.(D)

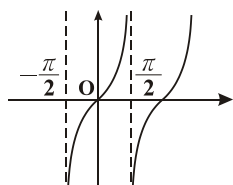
1. 價差在 100 元內，表最高與最低不會相差超過 100 元，所以指的是全距。
2. $2019^\circ - 360^\circ \times 5^\circ = 219^\circ \rightarrow$ 如圖在 7~8 之間



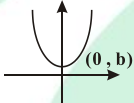
3. $\log_2 5 = \frac{\log 5}{\log 2} = \frac{2 \log 5}{2 \log 2} = \frac{\log 5^2}{\log 2^2} = \frac{\log 25}{\log 4}$
4. 設二根為 α ， $\alpha + 1 \rightarrow \alpha + (\alpha + 1) = -\frac{-39}{3} \rightarrow 2\alpha + 1 = 13 \rightarrow \alpha = 6$
 \rightarrow 二根為 6、7 $\rightarrow 6 \times 7 = \frac{k}{3} \rightarrow k = 42 \times 3 = 126$
5. x 截距 3，表過 $(3, 0) \rightarrow L: y - 0 = 2(x - 3) \rightarrow 2x - y = 6$ $\frac{x}{y} \mid \frac{0}{-6} \mid \frac{3}{0}$
面積 = $\frac{|3(-6)|}{2} = 9$
6. 設 $f(x) = a(x+2)(x-1)(x-3)$ $f(-1) = a \times 1 \times (-2) \times (-4) = 4$ $a = \frac{1}{2}$
 $\rightarrow f(x) = \frac{1}{2}(x+2)(x-1)(x-3)$ $f(x) \div (x-2)$ 餘 $f(2) = \frac{1}{2} \times 4 \times 1 \times (-1) = -2$
7. 依柯西不等式 $(x^2 + y^2)[1^2 + (-2)^2] \geq (x - 2y)^2 \rightarrow (x^2 + y^2) \times 5 \geq 10^2$
 $\rightarrow x^2 + y^2 \geq 20$ 最小值 = 20
8. $(3^m)^3 = 729 = 3^6 \rightarrow 3m = 6 \rightarrow m = 2$
 $4^n \cdot m = (2^2)^n \cdot m = 2^{2n} \cdot 2^m = \frac{1}{2^8} = 2^{-8} \rightarrow 2n - 2m = -8 \rightarrow 2n - 2 \times 2 = -8$ $n = -2$
 $m + n = 0$

9. (A) $\sin(\theta + 90^\circ) = \sin(90^\circ + \theta) = +\cos\theta \neq a$
 (B) $\cos(\theta + 90^\circ) = \cos(90^\circ + \theta) = -\sin\theta = -a \neq a$
 (C) $\sin(\theta + 180^\circ) = \sin(180^\circ + \theta) = -\sin\theta = -a$
 (D) $\cos(\theta + 180^\circ) = \cos(180^\circ + \theta) = -\cos\theta \neq -a$

10. 如圖 $y = \tan x \rightarrow 0 \sim 90^\circ$ 間皆為上升



11. $\Sigma \text{ 機率} \times \text{報酬} = 0.006 \times (-4) + 0.994 \times \left(\frac{5-4}{2}\right) = -0.024 + 0.497 = 0.473$
12. 增加一趟 30, 再扣 30 $\frac{30 \times 2}{1 - \frac{2}{5}} - 30 = \frac{60}{\frac{3}{5}} - 30 = 60 \times \frac{5}{3} - 30 = 70$
13. 95% 信賴區間指的是每次隨機抽取樣本數為 n 的一組樣本, 可算得 1000 個 p 中, 約有 950 個區間會包含 p 。

14. $y = ax^2 + b$  方程式對稱軸為 $x = 0$ (y 軸), 頂點 $(0, b)$,

如圖 $\rightarrow a > 0; b > 0$

15. 垂直 $\rightarrow m_1 \cdot m_2 = -1 \rightarrow$ 只有 $2(-\frac{1}{2}) = -1 \rightarrow (m_1, m_2) = (2, -\frac{1}{2})$ or $(-\frac{1}{2}, 2)$
 $\rightarrow \frac{2}{3 \times 3} = \frac{2}{9}$

16. 顏色不重複, 但要排列於 A, B, C, D, E $\rightarrow P_5^8$

$$17. \begin{vmatrix} 1-x & 2 & 0 \\ 2 & 3-x & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 4 \rightarrow \begin{vmatrix} 1-x & 2 & 0 \\ 2 & 3-x & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 2 \rightarrow (1-x) \begin{vmatrix} 3-x & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 2 \rightarrow (1-x) \begin{vmatrix} 3-x & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 6$$

求值式 $= 2 \begin{vmatrix} 2 & 3-x & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1-x & -1 & -1 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 1-x & -1 & -1 \\ 2 & 3-x & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}$

$$= 2[(1-x) \begin{vmatrix} 3-x & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} 2 & 3-x \\ 0 & 3 \end{vmatrix}] = 2[6 + 2 - 6] = 4$$

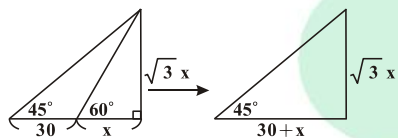
18. $f(x) = 3(x^2 + \frac{2}{3}x) + 1 = 3(x + \frac{1}{3})^2 + \frac{2}{3}$

$$\int_1^2 (3x^2 + 2x + 1) dx = (x^3 + x^2 + x) \Big|_1^2 = (8 + 4 + 2) - (1 + 1 + 1) = 11$$

19. $f(x) = x^3 - x^2 + x - 2$ $f'(x) = 3x^2 - 2x + 1$ $f''(x) = 6x - 2$

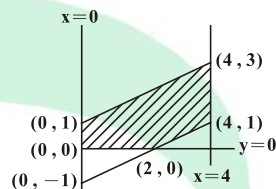
$$f'(1) + f''(1) = (3 - 2 + 1) + (6 - 2) = 2 + 4 = 6$$

20. $\sqrt{3}x = 30 + x$ $x(\sqrt{3} - 1) = 30$ $x = \frac{30}{\sqrt{3}-1} = 15(\sqrt{3} + 1)$



21. $x - 2y = 2$ $\begin{array}{c|c|c|c} x & 0 & 4 & 2 \\ \hline y & -1 & 1 & 0 \end{array}$

$x - 2y = -2$ $\begin{array}{c|c|c|c} x & 0 & 4 \\ \hline y & 1 & 3 \end{array}$



畫完圖後，得 5 個頂點代入目標函數

$$f(0, 0) = 0, f(2, 0) = 2, f(4, 1) = 3, f(4, 3) = 1, f(0, 1) = -1$$

→ 最大值為 3

22. 若抽中 1 號 → 1, 7, 13, 19, 25, 31, 37

若抽中 2 號 → 2, 8, 14, 20, 26, 32, 38 → 中

若抽中 3 號 → 3, 9, 15, 21, 27, 33, 39

若抽中 4 號 → 4, 10, 16, 22, 28, 34, 40

若抽中 5 號 → 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41

若抽中 6 號 → 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42 → 中

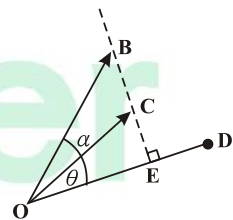
1 ~ 6 抽中，2, 6 號機率各為 $\frac{1}{6} \rightarrow \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$

23. $a = \vec{OD} \cdot \vec{OA} = |\vec{OD}| \cdot |\vec{OA}| \cos \angle AOD < 0 \rightarrow$ 最小

$$b = \vec{OD} \cdot \vec{OB} = |\vec{OD}| \cdot |\vec{OB}| \cos \alpha = |\vec{OD}| |\vec{OE}| \rightarrow b = c$$

$$c = \vec{OD} \cdot \vec{OC} = |\vec{OD}| \cdot |\vec{OC}| \cos \theta = |\vec{OD}| |\vec{OE}|$$

$$d = \vec{OD} \cdot \vec{OD} = |\vec{OD}| \cdot |\vec{OD}| \cos 0^\circ = |\vec{OD}| |\vec{OD}| \rightarrow$$
 最大



24. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} : 4(1, 0) = (4, 0) \quad 4(0, 1) = (0, 4) \quad 4(1, 1) = (4, 4)$
 $3(1, 0) + (0, 1) = (3, 1) \quad 3(1, 0) + (1, 1) = (4, 1) \quad 2(1, 0) + 2(0, 1) = (2, 2)$
 $3(0, 1) + (1, 0) = (1, 3) \quad 3(0, 1) + (1, 1) = (1, 4) \quad 2(1, 0) + 2(1, 1) = (4, 2)$
 $3(1, 1) + (1, 0) = (4, 3) \quad 3(1, 1) + (0, 1) = (3, 4) \quad 2(0, 1) + 2(1, 1) = (2, 4)$
 $2(1, 0) + (0, 1) + (1, 1) = (3, 2) \quad 2(0, 1) + (1, 0) + (1, 1) = (2, 3)$
 $2(1, 1) + (1, 0) + (0, 1) = (3, 3) \quad \rightarrow \text{共 15 種}$
25. $y = b$ 代入圓 $x^2 + b^2 - 2x - 6b + 9 = 0 \rightarrow x^2 - 2x + (b^2 - 6b + 9) = 0$
 有交點 \rightarrow 判別式 ≥ 0
 $(-2)^2 - 4(b^2 - 6b + 9) \geq 0 \xrightarrow{\div(-4)} b^2 - 6b + 9 - 1 \leq 0 \rightarrow b^2 - 6b + 8 \leq 0$
 $(b - 2)(b - 4) \leq 0 \rightarrow 2 \leq b \leq 4$

