# 107 學年度四技二專統一入學測驗

# 數學(A) 試題

數學 A 參考公式

1. 若α、β 為一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的兩根，則 $\alpha+\beta=\frac{-b}{a}$、$\alpha\beta=\frac{c}{a}$，其兩根公式解為 $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$。
2. 點 $P(x_0, y_0)$ 到直線 $L：ax+by+c=0$ 的距離為 $\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$。
3. 首項為 $a_1$，公差為 $d$ 的等差數列，第 $n$ 項為 $a_n=a_1+(n-1)d$，前 $n$ 項之和為 $S_n=\frac{n(2a_1+(n-1)d)}{2}$。
4. 首項為 $a_1$，公比為 $r$ 的等比數列，第 $n$ 項為 $a_n=a_1\cdot r^{n-1}$
5. 設有一組母體資料 $x_1, x_2, \ldots, x_N$，其算術平均數為 $\mu$，則母體標準差為 $\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\mu)^2}{N}}$。
6. △ABC 的餘弦定理：$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$。

1. 若 $f(x)=x^3-5x^2-4$ 與 $g(x)=x+7$ 為兩多項式，則 $f(x)\cdot g(x)$的 $x^3$ 項係數為何？
(A)12 (B)2 (C)1 (D)$-8$。
2. 平面上 $L_1：y=\frac{-3}{4}x+\frac{1}{4}$ 與 $L_2：6x+8y=-13$ 為兩直線方程式，則 $L_1$ 與 $L_2$ 的距離為何？
(A)$\frac{6}{5}$ (B)$\frac{3}{2}$ (C)3 (D)12。
3. 若α, β 為 $x^2+2x-7=0$ 的兩根，則 $\alpha^2+3\alpha\beta+\beta^2=$？
(A)$-3$ (B)$-2$ (C)2 (D)3。
4. 滿足不等式 $\frac{2x+5}{4}\leqq\frac{x-7}{3}$ 的最大整數 $x=$？
(A)$-19$ (B)$-20$ (C)$-21$ (D)$-22$。

5. 若 $f(x)=(a^2+a-2)x^2+(a+2)x+a$ 為一次多項式，$g(x)=(b-3)x+2018$ 為零次多項式，則數對$(a,b)=$？

(A)(3 , 1) (B)(1 , 0) (C)(2 , 3) (D)(1 , 3)。

6. 某幼兒園共有大班 6 班、中班 4 班及小班 3 班。若聖誕晚會需要從大班選取 4 班、中班選取 3 班及小班選取 2 班來支援，其搭配方式有幾種可能？

(A)180 (B)240 (C)360 (D)720。

7. 若 $\vec{a}=(2,\ -2\sqrt{3})$及 $\vec{b}=(1,0)$，則 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 的夾角為何？

(A)$\frac{\pi}{6}$ (B)$\frac{\pi}{3}$ (C)$\frac{2\pi}{3}$ (D)$\frac{5\pi}{3}$。

8. 若 $a=\cos(\frac{\pi}{5})$、$b=\cos(\frac{3\pi}{5})$且 $c=\cos(\frac{6\pi}{5})$，則 a、b、c 之大小關係為何？

(A)$a>b>c$ (B)$b>a>c$ (C)$b>c>a$ (D)$c>b>a$。

9. 若 $0\leqq\theta\leqq\pi$ 且 $9\sin^2\theta+3\sin\theta-2=0$，則 $\sin\theta=$？

(A)$\frac{-2}{3}$ (B)$\frac{-1}{3}$ (C)$\frac{1}{3}$ (D)$\frac{2}{3}$。

10. 若$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=4$、$\overline{BC}=5$、$\overline{CA}=6$ 且$\theta=\angle BAC$，則 $\sin\theta=$？

(A)$\frac{\sqrt{7}}{16}$ (B)$\frac{3\sqrt{7}}{16}$ (C)$\frac{5\sqrt{7}}{16}$ (D)$\frac{3\sqrt{7}}{8}$。

11. 若$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$ 且 $\vec{a}$ 垂直 $\vec{b}$，則$|\vec{a}-2\vec{b}|=$？

(A)17 (B)$\sqrt{17}$ (C)3 (D)$\sqrt{7}$。

12. 若 $f(x)=(x+1)^{200}+2x+1$，則 $f(x)$除以 $x+2$ 的餘式為何？

(A)$-4$ (B)$-2$ (C)4 (D)6。

13. 若 b、c 為實數，且 $x^2+bx+c\geqq 0$ 的解為 $x\leqq 1$ 或 $x\geqq 3$，則 $2b+3c=$？

(A)$-2$ (B)$-1$ (C)0 (D)1。

14. 滿足二元一次不等式 $2x+3y-12\leqq 0$ 的正整數解 x 與 y，所成的(x, y)數對共有多少組？

(A)8 (B)10 (C)12 (D)15。

15. 若 x 與 y 滿足聯立不等式$\begin{cases}2x+y\leqq 8\\ x+3y\leqq 9\\ x\geqq 0,\ y\geqq 0\end{cases}$，則 $f(x,y)=2x+3y$ 的最大值為何？

(A)6 (B)8 (C)12 (D)16。

16. 平面上兩圓方程式各別為 $C_1: x^2+y^2-2x+6y=6$ 以及 $C_2: (x-a)^2+(y-b)^2=c^2$，若圓 $C_1$ 上的所有點都在圓 $C_2$ 內，下列敘述何者恆為真？

(A)$(1-a)^2+(3+b)^2<(c-4)^2$ (B)$(1-a)^2+(3+b)^2>(c-4)^2$

(C)$c<4$ (D)$c=4$。

17. 平面上一圓方程式為 $C: (x-3)^2+(y-2)^2=1$ 以及一直線方程式為 $L: ax+by=1$，下列何組數據$(a, b)$使得 C 及 L 的關係為相交於兩點？

(A)$(3, 4)$ (B)$(3, -4)$ (C)$(8, 6)$ (D)$(12, -5)$。

18. 若等比數列 $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_8$ 的首項 $a_1=2$，且前四項的乘積 $a_1\times a_2\times a_3\times a_4=2^{16}$，則後四項的乘積 $a_5\times a_6\times a_7\times a_8=$？

(A)$2^{32}$ (B)$2^{48}$ (C)$2^{64}$ (D)$2^{80}$。

19. 針對來勢洶洶的腸病毒，政府鼓勵藥廠開發新藥，針對臨床實驗結果給予不一樣的補助，成功治癒給予 10 萬元、病情持平給予 3 萬元及病情惡化給予 6000 元。若某種新藥對於治癒、持平及惡化的機率各為 $\frac{1}{2}$、$\frac{1}{3}$ 及 $\frac{1}{6}$，則開發此種新藥的期望值為何？

(A)61000 元 (B)86000 元 (C)100000 元 (D)136000 元。

20. 若平面上兩直線 $L_1: y=ax+b$ 與 $L_2: x+2y-2=0$ 互相垂直，且 $L_1$ 與 $L_2$ 與另一直線 $L_3: x-2y+10=0$ <u>無法</u>圍成一個三角形，則下列何者正確？

(A)$a=-2$ (B)$a=\frac{1}{2}$ (C)$b=5$ (D)$b=11$。

21. 若 $\log 2$ 的近似值為 0.3010，則滿足 $2^{10}<(\frac{5}{4})^n<2^{20}$ 的正整數 n 共有多少個？

(A)29 (B)30 (C)31 (D)32。

22. 若等差級數 $\sum_{k=10}^{1018} a_k$ 之值為 2018，則 $a_{514}=$？

(A)2018 (B)1008 (C)514 (D)2。

23. 某麵包店欲招募人力，初選方式需具備烘焙西點丙級證照以及 2 年以上業界經驗，若有 20 個人投履歷，其中僅有 2 人兩條件都<u>不符合</u>，16 人符合證照要求，11 人符合 2 年以上業界經驗，則從此 20 人隨機選取 1 人，符合初選條件的機率為何？

(A)$\frac{18}{20}$ (B)$\frac{16}{20}$ (C)$\frac{9}{20}$ (D)$\frac{5}{20}$。

24. 某大藥廠針對 Z 型流感，研發出 10 種不一樣的新藥，全部的藥對某人的臨床反應只有治癒或無效兩種可能，且機率相同，則這 10 種新藥中，恰有 6 種對此人治癒的機率為何？

(A) $\frac{5}{512}$ (B) $\frac{1}{64}$ (C) $\frac{15}{256}$ (D) $\frac{105}{512}$。

25. 某次數學測驗，全班 50 人成績的平均為 A，標準差為 B，若小統跟小策的成績各為 29 分以及 41 分，老師特別允許他們重新測驗，兩人新成績各為 30 分及 40 分，且全班新成績平均為 C，標準差為 D，下列敘述何者恆為真？

(A)A＞C (B)C＞A (C)B＞D (D)D＞B。

【解答】

1.(B) 2.(B) 3.(A) 4.(D) 5.(D) 6.(A) 7.(B) 8.(A) 9.(C) 10.(C)
11.(B) 12.(B) 13.(D) 14.(A) 15.(C) 16.(A) 17.(B) 18.(B) 19.(A) 20.(D)
21.(C) 22.(D) 23.(C) 24.(D) 25.(C)

# 107 學年度四技二專統一入學測驗

# 數學(A) 試題詳解

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.(B) | 2.(B) | 3.(A) | 4.(D) | 5.(D) | 6.(A) | 7.(B) | 8.(A) | 9.(C) | 10.(C) |
| 11.(B) | 12.(B) | 13.(D) | 14.(A) | 15.(C) | 16.(A) | 17.(B) | 18.(B) | 19.(A) | 20.(D) |
| 21.(C) | 22.(D) | 23.(C) | 24.(D) | 25.(C) | | | | | |

1. $f(x)\cdot g(x)=(x^3-5x^2-4)\cdot(x+7)$

   $\Rightarrow x^3$ 係數 $=7-5=2$

2. $L_1: y=\dfrac{-3}{4}x+\dfrac{1}{4} \Rightarrow 3x+4y=1 \overset{\times 2}{\Rightarrow} 6x+8y=2$

   $L_2: 6x+8y=-13$

   $\therefore d(L_1, L_2)=\dfrac{|2-(-13)|}{\sqrt{36+64}}=\dfrac{15}{10}=\dfrac{3}{2}$

3. $\begin{cases}\alpha+\beta=-2\\ \alpha\beta=-7\end{cases} \Rightarrow \alpha^2+3\alpha\beta+\beta^2=(\alpha+\beta)^2+\alpha\beta=(-2)^2-7=-3$

4. $\dfrac{2x+5}{4}\leqq\dfrac{x-7}{3} \Rightarrow 6x+15\leqq 4x-28$

   $\Rightarrow 2x\leqq -43 \Rightarrow x\leqq -21.5 \quad \therefore x=-22$

5. $\deg f(x)=1 \Rightarrow \begin{cases}a^2+a-2=0\\ a+2\neq 0\end{cases} \Rightarrow (a+2)(a-1)=0 \Rightarrow a=1$

   $\deg g(x)=0 \Rightarrow b-3=0 \Rightarrow b=3 \quad \therefore (a, b)=(1, 3)$

6. $C^6_4\cdot C^4_3\cdot C^3_2=C^6_2\cdot C^4_1\cdot C^3_1=15\times4\times3=180$

7. $|\vec{a}|=\sqrt{4+12}=4$ , $|\vec{b}|=\sqrt{1+0}=1$ , $\vec{a}\cdot\vec{b}=2+0=2$

   $\therefore \cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\dfrac{2}{4\times1}=\dfrac{1}{2} \Rightarrow \theta=60^\circ$

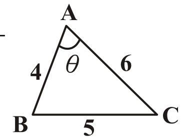
8. $a=\cos\dfrac{\pi}{5}$ ; $b=\cos\dfrac{3\pi}{5}=-\cos\dfrac{2\pi}{5}$ ; $c=\cos\dfrac{6\pi}{5}=-\cos\dfrac{\pi}{5} \quad \therefore a>b>c$

9. $9\sin^2\theta+3\sin\theta-2=0 \Rightarrow (3\sin\theta-1)(3\sin\theta+2)=0$

   $\Rightarrow \sin\theta=\dfrac{1}{3}$ $(-\dfrac{2}{3}$ 不合$)$

10. $\cos\theta = \dfrac{16+36-25}{2\times4\times6} = \dfrac{9}{16}$ $\Rightarrow \sin^2\theta = 1-\cos^2\theta = \dfrac{175}{16^2}$

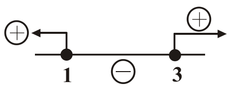
$\Rightarrow \sin\theta = \dfrac{\sqrt{175}}{16} = \dfrac{5\sqrt{7}}{16}$




11. $\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b} = 0$

$\Rightarrow |\vec{a}-2\vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 - 4\vec{a}\cdot\vec{b} + 4|\vec{b}|^2 = 1-0+16 = 17$ $\therefore |\vec{a}-2\vec{b}| = \sqrt{17}$

12. $r = f(-2) = (-2+1)^{200} + 2(-2) + 1 = 1-4+1 = -2$

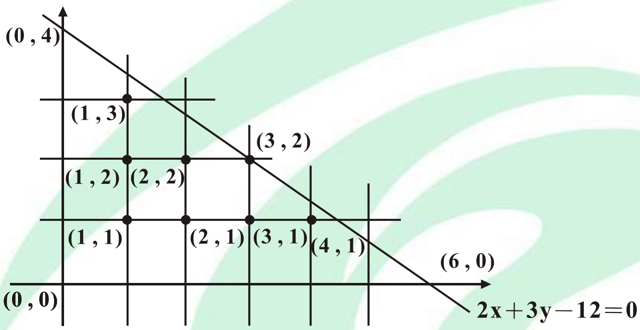
13. 


$\Rightarrow (x-1)(x-3) \geqq 0$ $\Rightarrow x^2-4x+3 \geqq 0$

$\Rightarrow b=-4$，$c=3$ $\therefore 2b+3c = -8+9 = 1$

14. $2x+3y-12 \leqq 0 \Rightarrow$ 過$(6,0)$，$(0,4)$

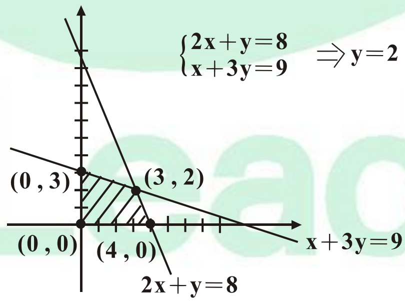
求正整數解即 $x>0$ 且 $y>0 \Rightarrow$ 有 8 組




15. $\begin{cases} 2x+y \leqq 8 & \Rightarrow (4,0),(0,8) \\ x+3y \leqq 9 & \Rightarrow (9,0),(0,3) \\ x \geqq 0，y \geqq 0 \end{cases}$

| (x , y) | 2x+3y |
|---|---|
| (0 , 0) | 0 |
| (4 , 0) | 8 |
| (3 , 2) | 6+6=12 |
| (0 , 3) | 9 |

$\therefore Max = 12$




$\begin{cases} 2x+y=8 \\ x+3y=9 \end{cases} \Rightarrow y=2，x=3$

16. $\because C_1$ 在 $C_2$ 內 $\Rightarrow$ 不相交 $\Rightarrow$ 內離 $\Rightarrow r_1 - r_2 > \overline{O_1O_2}$

17. $\begin{cases} O(3,2) \\ r=1 \end{cases}$ $\Rightarrow$ 相交二點 $\Rightarrow r > d(O, L)$

$(a, b) = (3, -4)$ $\Rightarrow L：3x-4y-1=0$ $\Rightarrow d(O, L) = \dfrac{9-8-1}{5} = 0$

18. $\because a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 = a_1^4 r^6 = 2^4 \cdot r^6 = 2^{16} \Rightarrow r^6 = 2^{12} \Rightarrow r^2 = 2^4$

$\therefore a_5 \cdot a_6 \cdot a_7 \cdot a_8 = a_1^4 r^{22} = 2^4 \cdot (r^2)^{11} = 2^4 \cdot (2^4)^{11} = 2^4 \cdot 2^{44} = 2^{48}$

19. $E(x) = (\frac{1}{2} \times 100000) + (\frac{1}{3} \times 30000) + (\frac{1}{6} \times 6000)$

$= 50000 + 10000 + 1000 = 61000$

20. $\begin{cases} L_1: ax - y + b = 0 & \Rightarrow m_1 = a \\ L_2: x + 2y - 2 = 0 & \Rightarrow m_2 = -\frac{1}{2} \\ L_3: x - 2y + 10 = 0 & \Rightarrow m_3 = \frac{1}{2} \end{cases}$

$\because L_1 \perp L_2 \Rightarrow m_1 \cdot m_2 = -1 \Rightarrow a(-\frac{1}{2}) = -1 \Rightarrow a = 2$

又無法圍成三角形，表三線共點 $\Rightarrow \begin{matrix} x + 2y - 2 = 0 \\ x - 2y + 10 = 0 \end{matrix} \Rightarrow$ 解 $\begin{matrix} x = -4 \\ y = 3 \end{matrix}$

$(-4, 3)$代入 $ax - y + b = 0 \Rightarrow 2(-4) - 3 + b = 0 \Rightarrow b = 11$

21. $2^{10} < (\frac{5}{4})^n < 2^{20} \Rightarrow \log 2^{10} < \log(\frac{5}{4})^n < \log 2^{20}$

$\Rightarrow 10\log 2 < n\log\frac{5}{4} = n[\log 5 - \log 4] < 20\log 2$

$\because \log 5 - \log 4 = (1 - \log 2) - 2\log 2 = 1 - 3\log 2 = 1 - 0.903 = 0.097$

$\Rightarrow 3.01 < 0.097n < 6.02 \Rightarrow 31.03 < n < 62.06 \quad \therefore n = 32, 33, \ldots, 62$ 共 31 個

22. $\sum_{k=10}^{1018} a_k = a_{10} + a_{11} + a_{12} + \ldots + a_{1018} = \frac{1009[a_{10} + a_{1018}]}{2} = 2018$

$\Rightarrow a_{10} + a_{1018} = 4 \Rightarrow (a_1 + 9d) + (a_1 + 1017d) = 2a_1 + 1026d = 2[a_1 + 513d] = 4$

$\Rightarrow a_1 + 513d = 2 = a_{514}$

23. $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 18 = 16 + 11 - n(A \cap B)$

$\Rightarrow n(A \cap B) = 27 - 18 = 9$

$\therefore p = \frac{9}{20}$

24. $C_6^{10}(\frac{1}{2})^6(\frac{1}{2})^4 = C_4^{10}(\frac{1}{2})^{10} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \times \frac{1}{2^{10}} = \frac{105}{512}$

25. $\begin{cases} \bar{x}=A \\ s=B=\sqrt{\dfrac{1}{50}[(29-A)^2+(41-A)^2+\ldots]} \end{cases}$

又 $\begin{cases} \bar{x}'=C \\ s'=D=\sqrt{\dfrac{1}{50}[(30-A)^2+(40-A)^2+\ldots]} \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} A=C \\ B>D \end{cases}$