105 學年度四技二專統一入學測驗
數學(C) 試題

1. 若直線 $3x-2y+6=0$ 的斜率為 a，y 截距為 b，x 截距為 c，且此直線與兩坐標軸所圍成的封閉區域面積為 d，求 $ab-cd$ 之值。
(A)$\frac{3}{2}$ (B)$\frac{9}{2}$ (C)$\frac{15}{2}$ (D)$\frac{21}{2}$。

2. 若 $f(x)=\sec^2\frac{x}{2}+\csc^2\frac{x}{2}$ 的週期為 P，求 P 之值。
(A)$\frac{\pi}{2}$ (B)π (C)2π (D)π^2。

3. 設△ABC 三內角∠A、∠B、∠C 的對應邊分別為 a、b、c，且 $\sqrt{a^2-3bc}=b-c$，求∠A 之值。
(A)$\frac{\pi}{2}$ (B)$\frac{2\pi}{3}$ (C)$\frac{3\pi}{4}$ (D)$\frac{5\pi}{6}$。

4. 設 $\sec\theta+\csc\theta=1$，求 $\sec\theta\csc\theta$ 之值。
(A)$\sqrt{2}+1$ (B)$\sqrt{2}-1$ (C)$-\sqrt{2}-1$ (D)$-\sqrt{2}+1$。

5. 設 $a=\cos 40^\circ\cos 80^\circ\cos 160^\circ$，$b=\sin 10^\circ\cos 20^\circ\cos 40^\circ$，則 $a+b$ 之值為何？
(A)$-\frac{1}{4}$ (B)0 (C)$\frac{1}{4}$ (D)$\frac{1}{2}$。

6. 已知向量 $\bar{a}=(-6,8)$且與 $\bar{b}$ 之夾角為 60°，則向量 $\bar{a}$ 在 $\bar{b}$ 上的正射影長為何？
(A)5 (B)7 (C)$5\sqrt{3}$ (D)10。

7. 已知 a、b 為實數，若 $f(x)=x^3+ax^2+bx-6$，$g(x)=x^2-7x+6$，且 f(x)可被 g(x)整除，求 2a+3b 之值。
(A)23 (B)36 (C)39 (D)45。

8. 已知 A、B、C 為常數，且對任意 x 均滿足 $\frac{3x^2+9x-3}{(x-1)(x+2)^2}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+2}+\frac{C}{(x+2)^2}$，求 B 之值。
(A)-1 (B)0 (C)1 (D)2。

9. 若三元一次聯立方程式 $\begin{cases} ax-ay=5 \\ ax-y+(1-a)z=3 \\ (1-a)y+(2a-3)z=1 \end{cases}$ 恰有一解，則 a 可能為下列何值？
(A)0 (B)1 (C)2 (D)3。

10. 設 a、b、c 均為實數，若$(a-b)(b-c)(c-a)=-2$，則$\begin{vmatrix} 2a & b & b \\ 6c & 3c & 3b \\ 2c-2a & c-a & c-a \end{vmatrix}$之值為何？

(A)-12　(B)-6　(C)6　(D)12。

11. 已知$z_1=\sqrt{3}+i$，$z_2=1+i$，其中$i=\sqrt{-1}$，則$z_1^2\,z_2^4$可表示為下列哪一個？

(A)$16(\cos 240^\circ+i\sin 240^\circ)$　(B)$16(\cos 300^\circ+i\sin 300^\circ)$

(C)$16(\cos 60^\circ+i\sin 60^\circ)$　(D)$16(\cos 120^\circ+i\sin 120^\circ)$。

12. 滿足二元一次聯立不等式$\begin{cases} x+y\leqq 4 \\ 3x-y\leqq 6 \\ 5x+2y\geqq 10 \end{cases}$的整數解$(x, y)$共有幾個？

(A)3　(B)4　(C)5　(D)6。

13. 設 a、b、c、d、e、f 六數成等比數列，且已知$a+c+e=168$，$b+d+f=84$，則 d 之值為何？

(A)6　(B)9　(C)16　(D)32。

14. 已知$\log_{10}2=p$，$\log_{10}3=q$，求$\log_{\sqrt{6}}36-\log_{\frac{1}{6}}6+\log_6\sqrt{12}$之值。

(A)$5+\dfrac{2p+q}{2p+2q}$　(B)$3+\dfrac{2p+q}{2p+2q}$　(C)$3+\dfrac{2p+q}{2p-2q}$　(D)$5+\dfrac{2p+q}{2p-2q}$。

15. 設$a=(0.1)^{\frac{1}{4}}$，$b=(0.2)^{\frac{1}{4}}$，$c=(0.2)^{\frac{1}{5}}$，則下列何者正確？

(A)$a<b<c$　(B)$c<a<b$　(C)$b<a<c$　(D)$b<c<a$。

16. 試求139^6除以 4 的餘數為何？

(A)3　(B)2　(C)1　(D)0。

17. 若同時擲兩粒公正的骰子，則下列何者正確？

(A)點數和等於 5 的機率大於點數和等於 8 的機率

(B)點數和等於 6 的機率大於點數和等於 7 的機率

(C)點數和等於 7 的機率大於點數和等於 9 的機率

(D)點數和等於 9 的機率大於點數和等於 8 的機率。

18. 連續投擲一公正硬幣四次，觀察其出現正反面的情形。已知 E 為第二次投擲出現正面的事件，F 為第三次投擲出現正面的事件，G 為四次投擲中至少出現兩次正面的事件。若 p(A)表示事件 A 發生的機率，則下列敘述何者正確？

(A)$p(E)=\dfrac{1}{8}$　(B)$p(E\cap G')=\dfrac{1}{8}$　(C)$p(F|E)=\dfrac{1}{4}$　(D)$p(G)=\dfrac{11}{16}$。

19. 下列各選項的抽樣資料中，何者的樣本標準差最小？
(A)7.5、11.5、19.5、23.5、25.5 (B)6、10、18、22、24
(C)3.5、4.5、6.5、7.5、8 (D)3、5、9、11、12。

20. 已知圓的方程式為 $x^2+y^2-2x-2y+1=0$；直線方程式為 $x+y-1=0$，若圓和直線的交點分別為 A 與 B，圓心為 O，則下列何者正確？
(A) $\overline{AB}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$
(B)圓心 O 到直線 $\overleftrightarrow{AB}$ 的距離為 $\dfrac{1}{2}$
(C)圓心 O 與 A、B 形成的三角形△ABO 面積為 $\dfrac{1}{2}$
(D)交點 A、B 的座標分別為(－1 , 0)，(0 , 1)。

21. 已知一橢圓之焦點分別為(3 , 3)及(－1 , 3)，且過點(3 , 6)，則下列何者為橢圓上的點？
(A)(－1, 0) (B)(1, 2) (C)(2 , 3) (D)(4 , 5)。

22. 已知 $f(x)=\dfrac{x(2x-1)(13x+2)^4}{\sqrt{27x+9}}$，求 f(x)在 x＝0 的導數 f'(0)之值。
(A) $-\dfrac{16}{3}$ (B) $-\dfrac{8}{3}$ (C) $-\dfrac{4}{3}$ (D) $-\dfrac{1}{3}$ 。

23. 試求定積分 $\int_{-1}^{3}|2x-1|\,dx$ 之值＝？
(A) $\dfrac{15}{2}$ (B) $\dfrac{17}{2}$ (C) $\dfrac{19}{2}$ (D) $\dfrac{21}{2}$ 。

24. 試求 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n^2+1}{n}-\dfrac{2n^2+n+2}{n+2}\right)$之值＝？
(A)0 (B)1 (C)2 (D)3。

25. 設 $f(x)=x^3+3x^2$、$g(x)=4$，則兩函數 y＝f(x)與 y＝g(x)之圖形所圍成的封閉區域面積為何？
(A) $\dfrac{11}{4}$ (B) $\dfrac{27}{4}$ (C) $\dfrac{91}{4}$ (D) $\dfrac{221}{4}$ 。

105 學年度四技二專統一入學測驗
數學(C) 試題詳解

1.(D)	2.(B)	3.(B)	4.(C)	5.(B)	6.(A)	7.(A)	8.(D)	9.(D)	10.(D)
11.(A)	12.(B)	13.(C)	14.(A)	15.(A)	16.(C)	17.(C)	18.(D)	19.(C)	20.(C)
21.(A)	22.(A)	23.(B)	24.(D)	25.(B)					

1. $3x-2y+6=0$

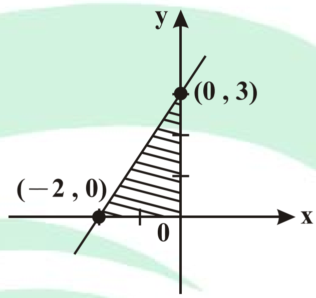
   斜率 $a=-\dfrac{3}{-2}=\dfrac{3}{2}$

   令 $x=0$：y 截距 $b=3$

   $y=0$：x 截距 $c=-2$

   $d=\dfrac{2\cdot 3}{2}=3$

   故 $ab-cd=\dfrac{3}{2}\cdot 3-(-2)3=\dfrac{9}{2}+6=\dfrac{21}{2}$



2. $f(x)=\sec^2\dfrac{x}{2}+\csc^2\dfrac{x}{2}$

$$=\frac{1}{\cos^2\frac{x}{2}}+\frac{1}{\sin^2\frac{x}{2}}=\frac{\sin^2\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2}}{\sin^2\frac{x}{2}\cdot\cos^2\frac{x}{2}}=\frac{1}{\sin^2\frac{x}{2}\cdot\cos^2\frac{x}{2}}$$

$$=\frac{4}{4\cdot\sin^2\frac{x}{2}\cdot\cos^2\frac{x}{2}}=\frac{4}{(2\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2})^2}=\frac{4}{(\sin x)^2}=4(\csc x)^2\cdots P=\pi$$

3. $\sqrt{a^2-3bc}=b-c$

   $\Rightarrow a^2-3bc=b^2-2bc+c^2\quad\Rightarrow b^2+c^2-a^2=-bc$

   $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{-bc}{2bc}=-\dfrac{1}{2}$

   故 $\angle A=180^\circ-60^\circ=120^\circ=\dfrac{2\pi}{3}$

4. $\sec\theta+\csc\theta=1$

$\Rightarrow \dfrac{1}{\cos\theta}+\dfrac{1}{\sin\theta}=1 \quad \Rightarrow \dfrac{\sin\theta+\cos\theta}{\sin\theta\cdot\cos\theta}=1$

$\Rightarrow \sin\theta+\cos\theta=\sin\theta\cdot\cos\theta$

$\left[\begin{array}{l} \theta\in R：-\sqrt{2}\leqq\sin\theta+\cos\theta\leqq\sqrt{2} \\ \quad 故：-\sqrt{2}\leqq\sin\theta\cdot\cos\theta\leqq\sqrt{2} \end{array}\right]$

兩邊平方 $\Rightarrow 1+2\sin\theta\cdot\cos\theta=\sin^2\theta\cdot\cos^2\theta$

$\Rightarrow(\sin\theta\cdot\cos\theta)^2-2(\sin\theta\cdot\cos\theta)-1=0$

$\sin\theta\cdot\cos\theta=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot1(-1)}}{2\cdot1}=\dfrac{2\pm2\sqrt{2}}{2}=1\pm\sqrt{2}$ (正不合)

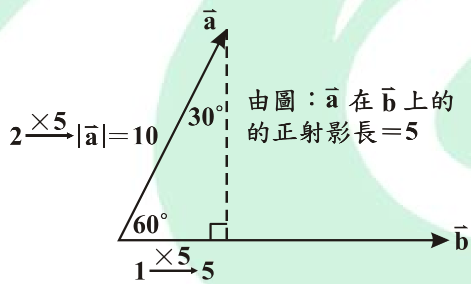
$\sec\theta\cdot\csc\theta=\dfrac{1}{\sin\theta\cdot\cos\theta}=\dfrac{1}{1-\sqrt{2}}=\dfrac{1+\sqrt{2}}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}=-\sqrt{2}-1$

5. $a+b=\cos40^\circ\cdot\cos80^\circ\cdot\cos160^\circ+\sin10^\circ\cdot\cos20^\circ\cdot\cos40^\circ$

$\because\begin{cases}\cos160^\circ=\cos(180^\circ-20)=-\cos20^\circ\\ \sin10^\circ=\cos80^\circ\end{cases}$

$\therefore a+b=\cos40^\circ\cdot\cos80^\circ(-\cos20^\circ)+\cos80^\circ\cdot\cos20^\circ\cdot\cos40^\circ=0$

6. $\vec{a}=<-6,8> \quad \Rightarrow|\vec{a}|=10$



7.
$$\begin{array}{rrrr|l}
1 & a & b & -6 & 7 \\
 & 7 & -6 & & -6 \\
+) & & 7a+49 & -6a-42 & \\
\hline
1 & (a+7) & (7a+b+43) & (-6a-48) & \rightarrow 餘=0
\end{array}$$

故$\begin{cases}7a+b+43=0\\-6a-48=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a=-8\\b=13\end{cases} \Rightarrow 2a+3b=23$

8. 通分去分母：$3x^2+9x-3=A(x+2)^2+B(x-1)(x+2)+C(x-1)$

代 $x=1$：$9=9A \quad \Rightarrow A=1$

比較 x^2 項係數：$3=A+B \quad \Rightarrow B=2$

9. 恰有一解 $\Rightarrow \triangle \neq 0$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} -a & a & 0 \\ -a & 1 & a-1 \\ 0 & 1-a & 2a-3 \end{vmatrix} \neq 0 \quad \Rightarrow -a(2a-3)+a^2(2a-3)-a(1-a)^2 \neq 0$$

$\Rightarrow -2a^2+3a+2a^3-3a^2-a+2a^2-a^3 \neq 0$

$\Rightarrow a^3-3a^2+2a \neq 0 \quad \Rightarrow a(a^2-3a+2) \neq 0 \quad \Rightarrow a(a-1)(a-2) \neq 0$

$\Rightarrow a \neq 0$，1，2；故選(D)

10. $(a-b)(b-c)(c-a)=-2 \quad \Rightarrow (a-b)(c-b)(c-a)=2$

$$\begin{vmatrix} 2a & b & b \\ 6c & 3c & 3b \\ 2c-2a & c-a & c-a \end{vmatrix} \xrightarrow{\times(-2),\ \times(-1)} = \begin{vmatrix} 2a-2b & 0 & b \\ 0 & 3c-3b & 3b \\ 0 & 0 & c-a \end{vmatrix}$$

$=(2a-2b)(3c-3b)(c-a)=6(a-b)[(c-b)(c-a)]=6 \cdot 2=12$

11. $z_1=\sqrt{3}+i=2(\cos 30^\circ+i \cdot \sin 30^\circ)$

$z_1^{\,2}=2^2(\cos 60^\circ+i \cdot \sin 60^\circ)$

$z_2=1+i=\sqrt{2}(\cos 45^\circ+i \cdot \sin 45^\circ)$

$z_2^{\,4}=2^2(\cos 180^\circ+i \cdot \sin 180^\circ)$

$z_1^{\,2} \cdot z_2^{\,4}=[4(\cos 60^\circ+i \cdot \sin 60^\circ)][4(\cos 180^\circ+i \cdot \sin 180^\circ)]$

$\quad =16(\cos 240^\circ+i \cdot \sin 240^\circ)$

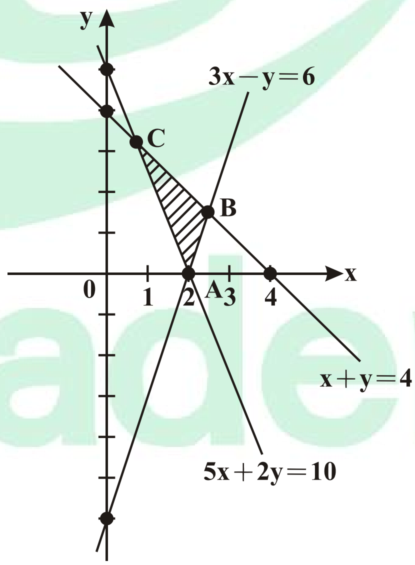
12. $A(2, 0)$

$B\begin{cases} 3x-y=6 \\ x+y=4 \end{cases} \Rightarrow \left(\dfrac{5}{2}, \dfrac{3}{2}\right)$

$C\begin{cases} 5x+2y=10 \\ x+y=4 \end{cases} \Rightarrow \left(\dfrac{2}{3}, \dfrac{10}{3}\right)$

區域內之整數解：

$(1, 3)(2, 0)(2, 1)(2, 2) \quad \Rightarrow$ 有 4 個



13. $\begin{array}{ccccccccccc} a & , & b & , & c & , & d & , & e & , & f \\ \| & & \| & & \| & & \| & & \| & & \| \\ & & ar & & ar^2 & & ar^3 & & ar^4 & & ar^5 \end{array}$ 成等比

(1)$a+c+e=168 \quad \Rightarrow a+ar^2+ar^4=168$

$\Rightarrow a(1+r^2+r^4)=168$

(2)$b+d+f=84 \quad \Rightarrow ar+ar^3+ar^5=84$

$\Rightarrow ar(1+r^2+r^4)=84$

由$\dfrac{(2)}{(1)} \quad \Rightarrow r=\dfrac{1}{2}$ 代入(1)：$a(1+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{16})=168$

$\Rightarrow \dfrac{21}{16}a=168 \quad \Rightarrow a=128$，$d=ar^3=128(\dfrac{1}{2})^3=16$

14. $\log_{\sqrt{6}}36-\log_{\frac{1}{6}}6+\log_6\sqrt{12}=\log_{6^{\frac{1}{2}}}6^2-\log_{6^{-1}}6+\log_6 2\sqrt{3}$

$=\dfrac{2}{\frac{1}{2}}\log_6 6+\log_6 6+\log_6 2\cdot 3^{\frac{1}{2}}=4+1+\log_6 2+\log_6 3^{\frac{1}{2}}$

$=5+\log_6 2+\dfrac{1}{2}\log_6 3=5+\dfrac{\log 2}{\log 6}+\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\log 3}{\log 6}=5+\dfrac{2\log 2+\log 3}{2\log 6}$

$=5+\dfrac{2\log 2+\log 3}{2(\log 2+\log 3)}=5+\dfrac{2p+q}{2p+2q}$

15. $a=(0.1)^{\frac{1}{4}}=(10^{-1})^{\frac{1}{4}}=10^{-\frac{1}{4}}=\dfrac{1}{\sqrt[4]{10}}$

$=\dfrac{1}{\sqrt[20]{10^5}}=\dfrac{1}{\sqrt[20]{100000}}$ …分母最大，故最小

$b=(0.2)^{\frac{1}{4}}=(5^{-1})^{\frac{1}{4}}=5^{-\frac{1}{4}}=\dfrac{1}{\sqrt[4]{5}}=\dfrac{1}{\sqrt[20]{5^5}}=\dfrac{1}{\sqrt[20]{3125}}$ $\quad c>b>a$

$c=(0.2)^{\frac{1}{5}}=(5^{-1})^{\frac{1}{5}}=5^{-\frac{1}{5}}=\dfrac{1}{\sqrt[5]{5}}$

$=\dfrac{1}{\sqrt[20]{5^4}}=\dfrac{1}{\sqrt[20]{625}}$ …分母最小，故最大

16. $139^6=(136+3)^6$

$=C^6_0(136)^6(3)^0+\cdots\cdots+C^6_5(136)^1(3)^5+C^6_6(136)^0(3)^6$

139^6 除以 4 $\quad\Rightarrow$ 餘數發生在：$\dfrac{C^6_6(136)^0(3)^6}{4}=\dfrac{729}{4} \quad\Rightarrow$ 餘數為 1

17.　樣本空間＝$6^2=36$

點數和

5　$\Rightarrow$ (1 , 4)、(4 , 1)、(2 , 3)、(3 , 2)：P(和為 5)$=\dfrac{4}{36}$

6　$\Rightarrow$ (1 , 5)、(5 , 1)、(2 , 4)、(4 , 2)、(3 , 3)：P(和為 6)$=\dfrac{5}{36}$

7　$\Rightarrow$ (1 , 6)、(6 , 1)、(2 , 5)、(5 , 2)、(3 , 4)、(4 , 3)：P(和為 7)$=\dfrac{6}{36}$

8　$\Rightarrow$ (2 , 6)、(6 , 2)、(3 , 5)、(5 , 3)、(4 , 4)：P(和為 8)$=\dfrac{5}{36}$

9　$\Rightarrow$ (3 , 6)、(6 , 3)、(4 , 5)、(5 , 4)：P(和為 9)$=\dfrac{4}{36}$

18.　樣本空間＝$2^4=16$

	1	2	3	4		
E	正 反	正	正 反	正 反	$\Rightarrow 2\times1\times2\times2=8$	$\Rightarrow P(E)=\dfrac{8}{16}=\dfrac{1}{2}$
F	正 反	正 反	正	正 反	$\Rightarrow 2\times2\times1\times2=8$	$\Rightarrow P(F)=\dfrac{8}{16}=\dfrac{1}{2}$

P(G)＝1－P(4 次皆反面)－P(恰出現 1 正)$=1-\dfrac{1}{16}-\dfrac{4}{16}=\dfrac{11}{16}$

$P(E\cap G')=P(E)-P(E\cap G)=\dfrac{1}{2}-\dfrac{7}{16}=\dfrac{1}{16}$

註：$E\cap G$：

1	2	3	4
正	正	反	反
反	正	正	反
反	正	反	正
正	正	正	反
正	正	反	正
反	正	正	正
正	正	正	正

$P(E\cap G)=\dfrac{7}{16}$

$$P(F/E)=\frac{P(F\cap E)}{P(E)}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}$$

註：$F\cap E$：

1	2	3	4
正 反	正	正	正 反

$$P(F\cap E)=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$$

19. (A) $\overline{X}=17.5$，$S=\sqrt{\dfrac{10^2+6^2+2^2+6^2+8^2}{4}}=\sqrt{\dfrac{240}{4}}$

(B) $\overline{X}=16$，$S=\sqrt{\dfrac{10^2+6^2+2^2+6^2+8^2}{4}}=\sqrt{\dfrac{240}{4}}$

(C) $\overline{X}=6$，$S=\sqrt{\dfrac{(2.5)^2+(1.5)^2+(0.5)^2+(1.5)^2+2^2}{4}}$ …標準差最小

(D) $\overline{X}=8$，$S=\sqrt{\dfrac{5^2+3^2+1^2+3^2+4^2}{4}}=\sqrt{\dfrac{60}{4}}$

20. $C：x^2+y^2-2x-2y+1=0$，$L：x+y-1=0$

$O(1,1)$

$r=\dfrac{1}{2}\sqrt{(-2)^2+(-2)^2-4\cdot 1}=1$

$d(O,L)=\dfrac{|1+1-1|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(A) $\overline{AB}=2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{1^2-(\frac{1}{\sqrt{2}})^2}=2\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

(B) $d(0,\overleftrightarrow{AB})=d(O,L)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

(C) $\triangle ABO$ 面積$=\dfrac{\overline{AB}\cdot d}{2}=\dfrac{\sqrt{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}}{2}=\dfrac{1}{2}$

(D) $A,B\begin{cases}x^2+y^2-2x-2y+1=0\\ x+y-1=0\end{cases}\Rightarrow y=1-x$　代入上式

$\Rightarrow x^2+(1-x)^2-2x-2(1-x)+1=0\quad\Rightarrow 2x^2-2x=0\quad\Rightarrow x(x-1)=0$

$\Rightarrow\begin{cases}x=0\\ y=1\end{cases}$ or $\begin{cases}x=1\\ y=0\end{cases}$

21. $\Rightarrow$ 中心$(1\,,3)$，$C=2$

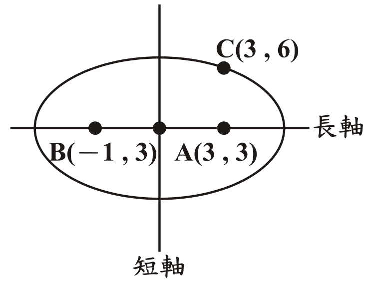
$2a=\overline{AC}+\overline{BC}=\sqrt{0^2+3^2}+\sqrt{4^2+3^2}=8$

$\therefore a=4$

利用 $a^2=b^2+c^2 \quad \Rightarrow b^2=a^2-c^2=4^2-2^2=12$

橢圓：$\dfrac{(x-1)^2}{16}+\dfrac{(y-3)^2}{12}=1$……(A)$(-1\,,0)$

代入：合理



22. $f'(0)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}$ $\boxed{註}$：$f(0)=0$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\dfrac{x(2x-1)(13x+2)^4}{\sqrt{27x+9}}}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{(2x-1)(13x+2)^4}{\sqrt{27x+9}}=\frac{(-1)(2)^4}{\sqrt{9}}=-\frac{16}{3}$$

23. $\displaystyle\int_{-1}^{3}|2x-1|\,dx=\int_{\frac{1}{2}}^{3}(2x-1)dx+\int_{-1}^{\frac{1}{2}}(1-2x)dx$

$$=(2\cdot\frac{x^2}{2}-x)\Big|_{\frac{1}{2}}^{3}+(x-2\cdot\frac{x^2}{2})\Big|_{-1}^{\frac{1}{2}}$$

$$=(x^2-x)\Big|_{\frac{1}{2}}^{3}+(x-x^2)\Big|_{-1}^{\frac{1}{2}}$$

$$=(9-3)-(\frac{1}{4}-\frac{1}{2})+(\frac{1}{2}-\frac{1}{4})-(-1-1)$$

$$=6+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+2=\frac{17}{2}$$

24. $\displaystyle\lim_{n\to\infty}(\frac{2n^2+1}{n}-\frac{2n^2+n+2}{n+2})$

$$=\lim_{n\to\infty}(\frac{(2n^2+1)(n+2)}{n(n+2)}-\frac{n(2n^2+n+2)}{n(n+2)})$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{3n^2-n+2}{n^2+2n}=3$$

25. 交點$\begin{cases} y=x^3+3x^2 \\ y=4 \end{cases}$ $\Rightarrow x^3+3x^2-4=0$ $\Rightarrow (x-1)(x^2+4x+4)=0$

$\Rightarrow (x-1)(x+2)^2=0$ $\Rightarrow x=1$ or $x=-2$

區域面積 $A=\int_{-2}^{1}(4-x^3-3x^2)dx=(4x\times\frac{x^4}{4}-3\cdot\frac{x^3}{3})\Big|_{-2}^{1}$

$=(4x-\frac{x^4}{4}-x^3)\Big|_{-2}^{1}=(4-\frac{1}{4}-1)-(-8-4+8)$

$=\frac{11}{4}+4=\frac{27}{4}$