

105 學年度四技二專統一入學測驗

數學 (B) 試題

- 若 $\log 2 = a$ ， $\log 7 = b$ ，則 $\log 35$ 等於下列何者？
(A) $1 + a + b$ (B) $1 + a - b$ (C) $1 - a - b$ (D) $1 - a + b$ 。
- 若某細菌每 30 分鐘分裂一次，即由 1 個變成 2 個，則 1 個細菌經過 6 小時後，分裂成多少個？
(A) 1024 (B) 2048 (C) 4096 (D) 8192。
- 已知某一族群有 10 名成員，該 10 名成員之平均月薪是 57000 元。若其中七人之平均月薪是 27000 元，則其他三人之平均月薪為多少元？
(A) 30000 (B) 42000 (C) 84000 (D) 127000。
- 有一樂團計畫至甲、乙兩國巡迴表演。甲國有三個城市要去表演，乙國有四個城市要去表演。若先完成甲國的演出之後，再到乙國完成演出，則巡迴路線的規劃有多少種可能？
(A) 7 (B) 12 (C) 36 (D) 144。
- 已知 $\triangle ABC$ 的三頂點為 $A(-1, 2)$ 、 $B(-3, -3)$ 、 $C(3, -1)$ ，則 \overline{AB} 邊上的中線長為何？
(A) $\frac{\sqrt{26}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{71}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{101}}{2}$ (D) $\sqrt{26}$ 。
- 已知 $\csc \theta > 0$ 且 $\tan \theta < 0$ ，則 θ 為第幾象限角？
(A) 一 (B) 二 (C) 三 (D) 四。
- 已知 $A = \left(\frac{729}{1000}\right)^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{27}{343}\right)^{\frac{-1}{3}} + \left(5\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}}$ ，則 A 之值為何？
(A) $\frac{79}{100}$ (B) $\frac{80}{100}$ (C) $\frac{81}{100}$ (D) $\frac{82}{100}$ 。
- 已知 $S_n = 1\frac{1}{1} + 2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4} + \cdots + \left(n + \frac{1}{2^{n-1}}\right)$ ，則 S_{10} 之值為何？
(A) $56\frac{511}{512}$ (B) $56\frac{1023}{1024}$ (C) $57\frac{511}{512}$ (D) $57\frac{1023}{1024}$ 。
- 已知 $f(x) = x^2 + ax + 1$ ，以 $2x + 3$ 除之所得餘式為 $\frac{1}{4}$ ，則 $f(x + 1)$ 除以 $x - 1$ 的餘式為何？
(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10。

10. 已知 $\frac{x-1}{x+1} - \frac{6}{1-x} = \frac{12}{x^2-1}$ ，則 $\frac{x-1}{x+1}$ 之值為何？
 (A) $-\frac{3}{2}$ (B) 0 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{3}{2}$ 。
11. 已知一個長方形的長增加 3 公分，寬增加 4 公分之後，可得一個正方形，且正方形的面積為原長方形面積的兩倍，則原長方形的面積為多少平方公分？
 (A) 64 (B) 72 (C) 128 (D) 144。
12. 已知 $\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 2 \\ \frac{4}{x} - \frac{9}{y} = -1 \end{cases}$ ，則下列何者正確？
 (A) $x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -9 \end{vmatrix}}$ ， $y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}}$ (B) $x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}$ ， $y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}$
 (C) $x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}}$ ， $y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -9 \end{vmatrix}}$ (D) $x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}$ ， $y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}$ 。
13. 已知 $ax^2 + 2x + c > 0$ 的解為 $-1 < x < 3$ ，則 $a+c$ 之值為何？
 (A) -4 (B) -2 (C) 2 (D) 4。
14. 已知 $A(0, 1)$ 、 $B(-3, 5)$ 、 $C(a, b)$ 為平面上三點。若向量 \vec{AC} 的長度為 10，且與向量 \vec{AB} 反向，則 a, b 之值為何？
 (A) $a=9, b=0$ (B) $a=-3, b=5$ (C) $a=6, b=-7$ (D) $a=-6, b=9$ 。
15. 已知 $|\vec{AB}|=4$ 、 $|\vec{AC}|=3$ ，又 \vec{AB} 與 \vec{AC} 的夾角為 $\frac{\pi}{3}$ ，則 $|\vec{AB} + 2\vec{AC}|$ 之值為何？
 (A) $\sqrt{52}$ (B) $\sqrt{76}$ (C) $\sqrt{52+24\sqrt{3}}$ (D) 10。
16. 已知直線 L 過點 $(1, 3)$ ，且與 x 軸、 y 軸在第二象限圍出一個等腰直角三角形，則下列何者為直線 L 的方程式？
 (A) $x-y=-2$ (B) $x+y=-2$ (C) $2x-2y=1$ (D) $x+y=2$ 。
17. 若 $f(x)=(x^2+3x-1)^2(x^3-5x^2)$ ，則 $f'(1)$ 為何？
 (A) -183 (B) -87 (C) -57 (D) -36。
18. 試求三角函數 $\sin(-960^\circ)$ 之值
 (A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

19. 已知 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$, 且 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\cos \beta = \frac{12}{13}$, 則 $\sin(\alpha + \beta)$ 之值為何?
 (A) $-\frac{63}{65}$ (B) $-\frac{33}{65}$ (C) $\frac{33}{65}$ (D) $\frac{63}{65}$ 。
20. 從 $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ 中選出三個相異數字以形成一個三位數, 則所有可能形成的三位數的個數為何?
 (A)20 (B)60 (C)90 (D)120 。
21. 箱子裡有 4 個相同之紅球及 6 個相同之白球。今連續抽出 3 個球(抽出之球不放回箱子), 若每次抽球時箱子裏的球被抽中的機率均相等, 則抽出之結果是只有一個紅球之機率為何?
 (A)0.4 (B)0.5 (C)0.6 (D)0.7 。
22. 已知一組數值資料 54, 56, 62, 63, 65 共五個, 試問該組數值資料之母群體變異數為何?
 (A)18 (B)36 (C)72 (D)90 。
23. 已知拋物線 $y = ax^2 + 4bx + 4a$ 與 x 軸有兩相異交點, 且頂點在第一象限, 則下列敘述何者正確?
 (A) $a < 0$, $a^2 < b^2$ (B) $a < 0$, $a^2 > b^2$ (C) $a > 0$, $a^2 < b^2$ (D) $a > 0$, $a^2 > b^2$ 。
24. 試求曲線 $y = -x^2 + 1$ 在 $x = -1$ 、 $x = 2$ 之間與 x 軸所圍成區域的面積。
 (A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{5}{3}$ (C) $\frac{7}{3}$ (D) $\frac{8}{3}$ 。
25. 若橢圓 $x^2 + 4y^2 - 4x - 16y + a = 0$ 不與 x 軸相交, 且與 y 軸相切, 則 a 之值為何?
 (A)4 (B)8 (C)16 (D)24 。

ALeader

105 學年度四技二專統一入學測驗

數學 (B) 試題詳解

- 1.(D) 2.(C) 3.(D) 4.(D) 5.(C) 6.(B) 7.(C) 8.(A) 9.(C) 10.(D)
 11.(B) 12.(A) 13.(C) 14.(C) 15.(B) 16.(A) 17.(A) 18.(D) 19.(D) 20.(B)
 21.(B) 22.(A) 23.(A) 24.(D) 25.(C)

1. $\log 35 = \log \frac{70}{2} = \log 7 + \log 10 - \log 2 = b + 1 - a$

2. 6 小時 \rightarrow 12 個 30 分鐘 $\rightarrow 2^{12} = 4096$

3. $\frac{10 \times 57000 - 7 \times 27000}{3} = \frac{381000}{3} = 127000$

4. 先甲、再乙 $\rightarrow 3! \cdot 4! = 6 \times 24 = 144$

5. \overline{AB} 中點 $(\frac{-1-3}{2}, \frac{2-3}{2}) = (-2, \frac{-1}{2})$

$$\text{中線} = \sqrt{(-2-3)^2 + (\frac{-1}{2}+1)^2} = \sqrt{25 + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{101}{4}} = \frac{\sqrt{101}}{2}$$

6. $\csc \theta > 0, \tan \theta < 0 \rightarrow \theta \in \text{II}$

$\rightarrow \text{I}、\text{II} \rightarrow \text{II}、\text{IV}$

7. $A = [(\frac{9}{10})^3]^{\frac{2}{3}} - [(\frac{3}{7})^3]^{\frac{-1}{3}} + (\frac{49}{9})^{\frac{1}{2}} = \frac{81}{100} - (\frac{3}{7})^{-1} + [(\frac{7}{3})^2]^{\frac{1}{2}}$
 $= \frac{81}{100} - \frac{7}{3} + \frac{7}{3} = \frac{81}{100}$

8. $S_n = (1+2+3+\dots+n) + (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}})$

$$= \frac{n(n+1)}{2} + \frac{1(1-(\frac{1}{2})^n)}{1-\frac{1}{2}}$$

$$\rightarrow S_{10} = \frac{10 \times 11}{2} + 2(1 - (\frac{1}{2})^{10}) = 55 + 2 \times \frac{1023}{1024} = 55 + 1 \frac{511}{512} = 56 \frac{511}{512}$$

9. $f(x) \div (2x+3)$ 之餘式為 $f(\frac{-3}{2}) = \frac{9}{4} - \frac{3}{2}a + 1 = \frac{1}{4}, -\frac{3}{2}a = -3 \rightarrow a = 2$

$\rightarrow f(x) = x^2 + 2x + 1$, 又 $f(x+1) \div (x-1)$ 之餘式為 $f(2) = 2^2 + 2 \times 2 + 1 = 9$

$$10. \frac{x-1}{x+1} = \frac{6}{1-x} + \frac{12}{x^2-1} = \frac{-6(x+1)+12}{x^2-1} = \frac{-6(x-1)}{x^2-1} = \frac{-6}{x+1}$$

$$\rightarrow x-1 = -6, x = -5$$

$$\frac{x-1}{x+1} = \frac{-5-1}{-5+1} = \frac{3}{2}$$

$$11. \begin{array}{|c|} \hline x \\ \hline y \\ \hline \end{array}$$

$$x+3=y+4 \rightarrow x=y+1,$$

$$\text{又}(x+3)(y+4)=2xy \rightarrow (y+4)^2=2(y+1)y \rightarrow y^2+8y+16=2y^2+2y$$

$$\rightarrow y^2-6y-16=0 \rightarrow (y-8)(y+2)=0 \rightarrow y=8, x=9 \rightarrow xy=72$$

$$12. \frac{1}{x} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}, \frac{1}{y} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}} \rightarrow x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -9 \end{vmatrix}}, y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}}$$

$$13. -1 < x < 3 \rightarrow (x-3)(x+1) < 0 \rightarrow x^2-2x-3 < 0 \rightarrow -x^2+2x+3 > 0$$

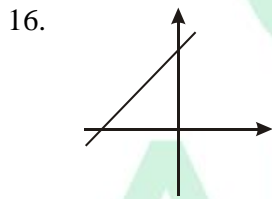
$$\rightarrow a = -1, c = 3 \rightarrow a+c = 2$$

$$14. \left. \begin{array}{l} \vec{AB} = (-3, 4) \\ \vec{AC} = (a, b-1) \end{array} \right\} \vec{AC} \text{ 與 } \vec{AB} \text{ 反向且長度為 } 10$$

$$\rightarrow \vec{AC} = -2(-3, 4) = (6, -8) = (a, b-1) \rightarrow a = 6, b = -7$$

$$15. \vec{AB} \cdot \vec{AC} = |\vec{AB}| |\vec{AC}| \cos \frac{\pi}{3} = 4 \times 3 \times \frac{1}{2} = 6$$

$$\rightarrow |\vec{AB} + 2\vec{AC}|^2 = |\vec{AB}|^2 + 4\vec{AB} \cdot \vec{AC} + 4|\vec{AC}|^2 \\ = 4^2 + 4 \times 6 + 4 \times 3^2 = 76 \rightarrow |\vec{AB} + 2\vec{AC}| = \sqrt{76}$$



等腰直角 \triangle 表 $|x \text{ 截距}| = |y \text{ 截距}| \rightarrow$ 設 $L: \frac{x}{-a} + \frac{y}{a} = 1$, $(1, 3)$ 代入

$$\frac{1}{-a} + \frac{3}{a} = 1 \rightarrow \frac{2}{a} = 1 \rightarrow a = 2 \rightarrow \frac{x}{-2} + \frac{y}{2} = 1 \rightarrow x - y = -2$$

$$17. f'(x) = 2(x^2+3x-1)(2x+3)(x^3-5x^2) + (x^2+3x-1)^2(3x^2-10x)$$

$$f'(1) = 2 \times 3 \times 5 \times (-4) + 3^2(-7) = -120 - 63 = -183$$

$$18. \sin(-960^\circ) = \sin(-960^\circ + 3 \times 360^\circ) = \sin 120^\circ = +\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

19. $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ 且 $\alpha \in \text{II}$ $\rightarrow \cos \alpha = -\frac{3}{5}$
 $\cos \beta = \frac{12}{13}$ 且 $\beta \in \text{IV}$ $\rightarrow \sin \beta = -\frac{5}{13}$
 $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \frac{4}{5} \times \frac{12}{13} + (-\frac{3}{5})(-\frac{5}{13}) = \frac{63}{65}$

20. $P_3^5 = 5 \times 4 \times 3 = 60$

21. 1 紅 2 白 $\rightarrow \frac{3!}{2!} (\frac{4}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{5}{8}) = 3 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2} = 0.5$

22. $\bar{x} = \frac{54+56+62+63+65}{5} = 60 \rightarrow x_i - \bar{x} \rightarrow -6, -4, 2, 3, 5$

母體變異數 = $\frac{(-6)^2 + (-4)^2 + 2^2 + 3^2 + 5^2}{5} = \frac{90}{5} = 18$

23. $y = a(x^2 + \frac{4b}{a}x) + 4a = a(x + \frac{2b}{a})^2 - \frac{4b^2}{a} + 4a = a(x + \frac{2b}{a})^2 + \frac{4(a^2 - b^2)}{a}$

\rightarrow 頂點 $(-\frac{2b}{a}, \frac{4(a^2 - b^2)}{a}) \in \text{I}$

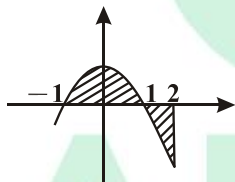
與 x 軸交兩點 \rightarrow 判別式 $> 0 \rightarrow (4b)^2 - 4 \times a(4a) > 0 \rightarrow 16(b^2 - a^2) > 0$

$\rightarrow b^2 > a^2$, 又 $\frac{4(a^2 - b^2)}{a} > 0 \therefore a^2 - b^2 < 0 \rightarrow a < 0$

24. $y=0$ 代入 $y = -x^2 + 1 \rightarrow 0 = -x^2 + 1 \rightarrow x = \pm 1$

$\int_{-1}^1 (-x^2 + 1) dx + \int_1^2 -(-x^2 + 1) dx = (-\frac{1}{3}x^3 + x) \Big|_{-1}^1 + (\frac{1}{3}x^3 - x) \Big|_1^2$

$= [(-\frac{1}{3} + 1) - (-\frac{1}{3} - 1)] + [(\frac{8}{3} - 2) - (\frac{1}{3} - 1)] = \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$



25. 與 y 軸相切 $\rightarrow x=0$ 代入 $\rightarrow 4y^2 - 16y + a = 0 \rightarrow$ 判別式 $= 0$

$\rightarrow (-16)^2 - 4 \times 4 \times a = 0 \rightarrow a = 16$

與 x 軸不相交 $\rightarrow y=0$ 代入 $\rightarrow x^2 - 4x + a = 0 \rightarrow$ 判別式 < 0

$\rightarrow (-4)^2 - 4a < 0 \rightarrow a > 4$