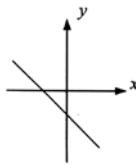
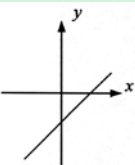
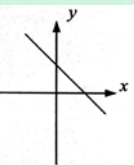
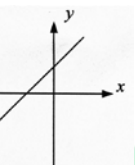
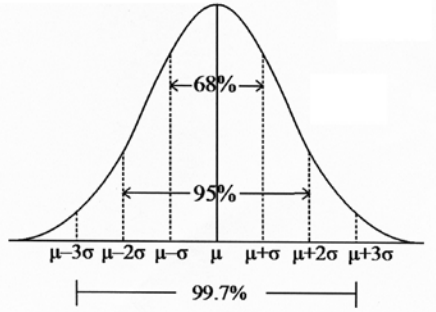


104 學年度四技二專統一入學測驗

數學 (A) 試題

- 某高職想要了解全校學生的英文程度，今依各科別人數的比例，於每一科別中，用簡單隨機抽樣抽出所需之學生，再集合各科別所抽出之學生進行英文測驗。如上所述，則此校所採用的抽樣方法為下列哪一種？
 (A)簡單隨機抽樣 (B)系統抽樣 (C)分層隨機抽樣 (D)部落抽樣。
- 若 $A(3, 2)$, $B(-1, 5)$, $C(9, -4)$ 為坐標平面上三點，則向量 $\vec{AB} + 2\vec{BC} + 3\vec{CA} = ?$
 (A) $(-2, 3)$ (B) $(1, -3)$ (C) $(0, 0)$ (D) $(3, 2)$ 。
- 設袋中有大小相同的乒乓球 10 個，其中 8 個白色，2 個黃色。今自此袋中任取一個乒乓球，每個乒乓球被取到的機會均等，若取到白色的乒乓球可得 50 元，取到黃色的乒乓球可得 100 元，則任取一個乒乓球可得金額的期望值為多少元？
 (A)55 (B)60 (C)65 (D)70。
- 若多項式 $f(x)$ 除以 $x+2$ 的餘式為 -1 ，則 $(3x^3+1)f(x)+x^2+x+1$ 除以 $x+2$ 的餘式為何？
 (A) -3 (B)3 (C)13 (D)26。
- 設七個實數 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ 成等比數列，公比為 r 。若 $a_1+a_2=2$ 且 $a_6+a_7=486$ ，則 $r = ?$
 (A)3 (B)4 (C)6 (D)9。
- 設 a, b, c 均為實數，且直線 $bx+cy=a$ 通過第一、三、四象限，則直線 $ax+by=c$ 可能為下列哪一個圖形？
 (A)  (B)  (C)  (D) 
- 若直線 L 過點 $(2, 1)$ 及兩直線 $2x-y=4$, $x+3y=-5$ 的交點，則直線 L 的斜率為何？
 (A)2 (B)3 (C)4 (D)5。
- 若 $\tan \theta = -\frac{3}{4}$ 且 $\sin \theta < 0$ ，則 $5\sin \theta + 10\cos \theta = ?$
 (A)5 (B)6 (C)7 (D)8。
- 若 $a = \sin 150^\circ$, $b = \sec(-420^\circ)$, $c = \cot 945^\circ$ ，則下列何者正確？
 (A) $a > b > c$ (B) $a > c > b$ (C) $b > c > a$ (D) $c > a > b$ 。

10. 設平面上兩向量 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為 θ ，若 $\cos \theta = \frac{33}{65}$ ，且 $|\vec{a}|=5$ ， $|\vec{b}|=13$ ，則 $(4\vec{a} - \vec{b}) \cdot (2\vec{a} + \vec{b}) = ?$
 (A) -39 (B) 93 (C) 97 (D) 435。
11. 多項式 $(9x^4 - 5x^2 + 7x + 1)(4x^3 + 2x^2 + 3x - 7)$ 的 x^5 項的係數為何？
 (A) -20 (B) -2 (C) 7 (D) 63。
12. 下列哪一個方程式有正的實數解？
 (A) $x^2 + 7x + 9 = 0$ (B) $\frac{1}{2^x} = x$ (C) $\log(x+1) = -1$ (D) $\sin(3x) = \sqrt{2}$ 。
13. 已知 $\log 2 = 0.3010$ ， $\log 3 = 0.4771$ ，則 $\log 7.2 = ?$
 (A) 0.7781 (B) 0.8572 (C) 1.8572 (D) 2.8572。
14. 設 a, b 均為實數，若不等式 $ax^2 + 3x + b \geq 0$ 的解為 $-\frac{1}{2} \leq x \leq 5$ ，則 $3a + 6b = ?$
 (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8。
15. 在坐標平面上，滿足聯立不等式 $\begin{cases} x + y \leq 9 \\ x - 3y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ 區域的面積為何？
 (A) $\frac{77}{2}$ (B) $\frac{79}{2}$ (C) $\frac{81}{2}$ (D) $\frac{83}{2}$ 。
16. 設 a 為實數，且直線 $3x + 4y + 1 = 0$ 與圓 $(x - a)^2 + y^2 = 4$ 沒有交點，則 a 可能為下列哪一個數？
 (A) -3 (B) -2 (C) 3 (D) 4。
17. 從 7 位男生、3 位女生中，任選 4 人到醫院實習。若此 4 人中至少有 1 位女生，則共有多少種選取的方式？
 (A) 95 (B) 135 (C) 175 (D) 215。
18. 某班學生期中考成績的平均分數為 42 分、標準差為 6 分。若將每位學生的原始成績都乘以同一個數 a 後再加 4，使得調整後的平均分數為 60 分，則調整後的標準差為幾分？
 (A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12。
19. 某校對全體新生進行一項邏輯推理的測驗，其成績呈常態分配，如圖(一)所示，平均數 μ 為 62 分、標準差 σ 為 8 分。若成績低於 70 分的學生有 672 人，則成績介於 54 分到 78 分的學生約有多少人？
 (A) 600 (B) 620 (C) 638 (D) 652。



圖(一)

20. 設點 O 是 $\triangle ABC$ 的外接圓圓心，且在 $\triangle ABC$ 的內部， \overline{AB} 的長度為 m ， \overline{AC} 的長度為 n 。若 $\angle AOB = 120^\circ$ ， $\angle BOC = 150^\circ$ ，則 $\frac{m}{n} = ?$
- (A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 。
21. 若一圓與直線 $x=4$ 相切於點 $(4, 6)$ ，且與直線 $y=2$ 相切於點 $(8, 2)$ ，則此圓的方程式為何？
- (A) $(x-8)^2 + (y-6)^2 = 16$ (B) $(x-6)^2 + (y-8)^2 = 9$
 (C) $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 25$ (D) $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 36$ 。
22. 若 $\sin \theta$ 與 $\cos \theta$ 是方程式 $3x^2 - x + a = 0$ 的兩根，則 $a = ?$
- (A) $-\frac{4}{3}$ (B) $-\frac{3}{4}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{4}{3}$ 。
23. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle BCA = 120^\circ$ ， $\overline{AC} = 3$ ， $\overline{BC} = 5$ ，且 D 在 \overline{AB} 上。若 $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ ，則 $\overline{CD} = ?$
- (A) $\frac{5\sqrt{3}}{14}$ (B) $\frac{15\sqrt{3}}{14}$ (C) $\frac{35\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{105\sqrt{3}}{2}$ 。
24. 甲、乙、丙、丁、戊、己六人排成一列。若甲、乙、丙三人相鄰，且丙介於甲、乙之間，則此六人共有多少種排法？
- (A) 42 (B) 44 (C) 46 (D) 48。
25. 從 $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ 這九個數中，任取相異的三個數，若每個數被取到的機會均等，則此三數的和為奇數的機率為何？
- (A) $\frac{5}{42}$ (B) $\frac{5}{14}$ (C) $\frac{10}{21}$ (D) $\frac{9}{14}$ 。

【解答】

- 1.(C) 2.(A) 3.(B) 4.(D) 5.(A) 6.(A) 7.(B) 8.(A) 9.(C) 10.(C)
 11.(C) 12.(B) 13.(B) 14.(D) 15.(A) 16.(D) 17.(C) 18.(B) 19.(D) 20.(D)
 21.(A) 22.(A) 23.(B) 24.(D) 25.(C)

104 學年度四技二專統一入學測驗

數學 (A) 試題詳解

- 1.(C) 2.(A) 3.(B) 4.(D) 5.(A) 6.(A) 7.(B) 8.(A) 9.(C) 10.(C)
 11.(C) 12.(B) 13.(B) 14.(D) 15.(A) 16.(D) 17.(C) 18.(B) 19.(D) 20.(D)
 21.(A) 22.(A) 23.(B) 24.(D) 25.(C)

1. \therefore 依科別人數抽樣 \therefore 採用「分層隨機抽樣」

$$\begin{aligned}
 2. \quad \vec{AB} + 2\vec{BC} + 3\vec{CA} \\
 &= \langle -4, 3 \rangle + 2\langle 10, -9 \rangle + 3\langle -6, 6 \rangle \\
 &= \langle -4 + 20 - 18, 3 - 18 + 18 \rangle = \langle -2, 3 \rangle
 \end{aligned}$$

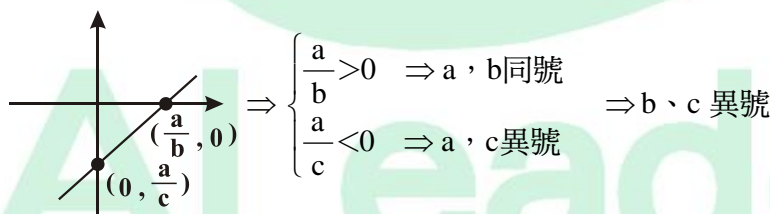
$$\begin{aligned}
 3. \quad E(x) = \text{取白球或取黃球} \\
 &= \frac{8}{10} \times 50 + \frac{2}{10} \times 100 = 40 + 20 = 60
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad \therefore f(-2) &= -1 \\
 \therefore r &= [3(-2)^3 + 1]f(-2) + (-2)^2 + (-2) + 1 \\
 &= (-23)(-1) + 4 - 2 + 1 = 26
 \end{aligned}$$

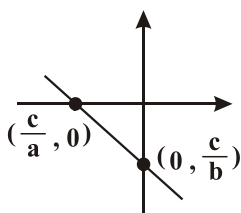
$$5. \quad \therefore \begin{cases} a_1 + a_2 = a_1 + a_1 r = a_1(1+r) = 2 \dots\dots (1) \\ a_6 + a_7 = a_1 r^5 + a_1 r^6 = a_1 r^5(1+r) = 486 \dots\dots (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{(1)}{(2)} &\Rightarrow \frac{1}{r^5} = \frac{1}{243} \Rightarrow r = 3
 \end{aligned}$$

6. $\therefore bx + cy = a$ 過 I、III、IV \Rightarrow 過 $(\frac{a}{b}, 0)$, $(0, \frac{a}{c})$ 二點



又 $ax + by = c \Rightarrow$ 過 $(\frac{c}{a}, 0)$, $(0, \frac{c}{b})$ 二點 $\Rightarrow (-, 0)$, $(0, -)$

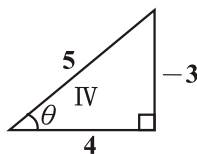


\therefore 過 II、III、IV

7. 由 $\begin{cases} 2x-y=4 \\ x+3y=-5 \end{cases}$ 可得交點(1, -2)

$$\Rightarrow m_L = \frac{1-(-2)}{2-1} = 3$$

8. $\begin{cases} \tan \theta = -\frac{3}{4} < 0 \Rightarrow \text{II 或 IV} \\ \sin \theta < 0 \Rightarrow \text{III 或 IV} \end{cases} \Rightarrow \theta \in \text{IV} \Rightarrow$



$$\therefore 5\sin \theta + 10\cos \theta = 5\left(\frac{-3}{5}\right) + 10\left(\frac{4}{5}\right) = -3 + 8 = 5$$

9. $a = \sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

$$b = \sec(-420^\circ) = \sec(360^\circ + 60^\circ) = \sec 60^\circ = 2$$

$$c = \cot 945^\circ = \cot(180^\circ \times 5 + 45^\circ) = \cot 45^\circ = 1 \quad \therefore b > c > a$$

10. $(4\vec{a} - \vec{b})(2\vec{a} + \vec{b}) = 8|\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} - |\vec{b}|^2$
 $= (8 \times 25) + 2|\vec{a}||\vec{b}| \cdot \cos \theta - 169$
 $= 200 + 2 \cdot 5 \cdot 13 \cdot \frac{33}{65} - 169 = 97$

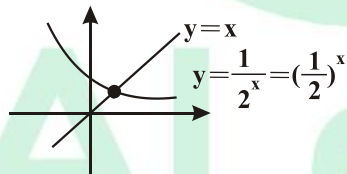
11. $(9x^4 - 5x^2 + 7x + 1)(4x^3 + 2x^2 + 3x - 7)$

$$\therefore x^5 \text{ 的係數} = 27 - 20 = 7$$

12. (A) $x^2 + 7x + 9 = 0 \Rightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 36}}{2} = \frac{-7 \pm \sqrt{13}}{2} \Rightarrow$ 二根均為負數；

(B) $\frac{1}{2^x} = x \Rightarrow$ 表求 $y = \frac{1}{2^x}$ 與 $y = x$ 之交點，

由圖可知交點在 I \therefore 有正實數解



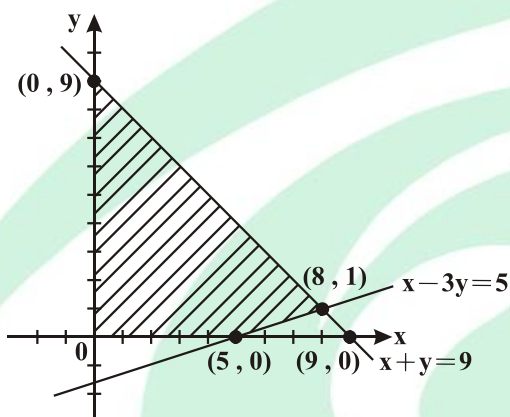
(C) $\log(x+1) = -1 \Rightarrow x+1 = 10^{-1} = \frac{1}{10} \Rightarrow x = -\frac{9}{10}$

(D) $\sin(3x) = \sqrt{2} > 1 \Rightarrow$ 無解 $\therefore -1 \leq \sin \theta \leq 1$

$$\begin{aligned}
 13. \quad \log 7.2 &= \log \frac{72}{10} = \log 72 - \log 10 = \log(8 \times 9) - 1 \\
 &= \log 8 + \log 9 - 1 \\
 &= (3 \times 0.3010) + (2 \times 0.4771) - 1 \\
 &= 0.8572
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 14. \quad \text{由 } -\frac{1}{2} \leq x \leq 5 &\Rightarrow (2x+1)(x-5) \leq 0 \Rightarrow 2x^2 - 9x - 5 \leq 0 \\
 &\Rightarrow -\frac{2}{3}x^2 + 3x + \frac{5}{3} \geq 0 \Rightarrow a = -\frac{2}{3}, b = \frac{5}{3} \\
 \therefore 3a + 6b &= 3\left(-\frac{2}{3}\right) + 6\left(\frac{5}{3}\right) = -2 + 10 = 8
 \end{aligned}$$

15. 作圖可知



$$\text{由 } \begin{cases} x+y=9 \\ x-3y=5 \end{cases} \text{ 得交點 } (8, 1)$$

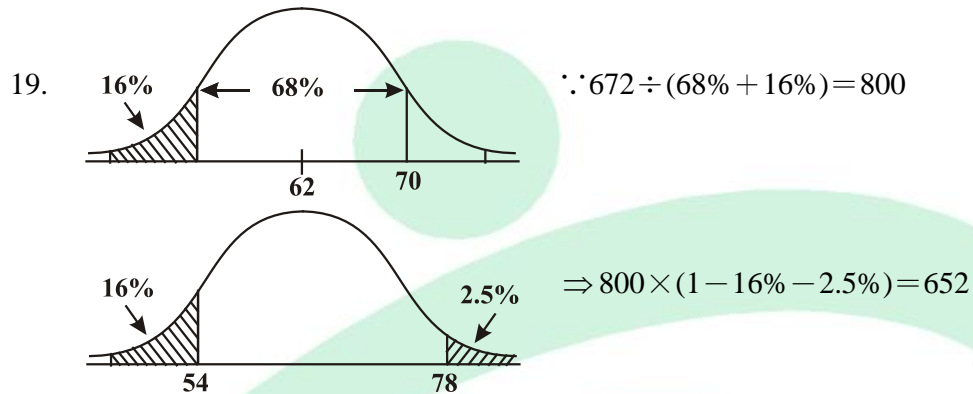
$$\begin{aligned}
 \therefore \text{面積} &= 9 \times \frac{9}{2} - \frac{1}{2} \times 4 \times 1 = \frac{77}{2} \\
 &= \frac{1}{2}(9 \times 9) - \frac{1}{2}(4 \times 1) = \frac{77}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 16. \quad \text{直線與圓無交點} &\Rightarrow r < d(0, L) \\
 \therefore \begin{cases} O(a, 0) \\ r=2 \end{cases} &\Rightarrow d(0, L) = \frac{|3a+0+1|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|3a+1|}{5} > 2 \\
 \Rightarrow |3a+1| > 10 &\Rightarrow \begin{cases} 3a+1 > 10 \Rightarrow a > 3 \\ 3a+1 < -10 \Rightarrow a < -\frac{11}{3} \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\therefore a > 3 \text{ 或 } a < -\frac{11}{3}$$

$$\begin{aligned}
 17. \quad 4 \text{ 人中至少 } 1 \text{ 位女生} \\
 \Rightarrow \text{任意} - (4 \text{ 人全為男生}) &= C_4^{10} - C_4^7 = 210 - 35 = 175
 \end{aligned}$$

18. $\because \bar{x} = 42, \sigma_x = 6$
 $\Rightarrow Y_i = ax_i + 4 \Rightarrow \bar{Y} = a\bar{x} + b = 42a + 4 = 60 \Rightarrow a = \frac{4}{3}$
 $\therefore \sigma_y = \frac{4}{3} \sigma_x = \frac{4}{3} \times 6 = 8$



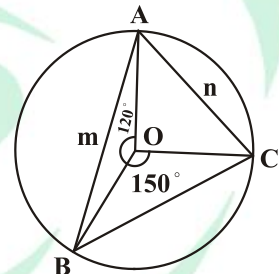
20. 令 \triangle 外接圓半徑為R

又 $\angle AOC = 360^\circ - 120^\circ - 150^\circ = 90^\circ$

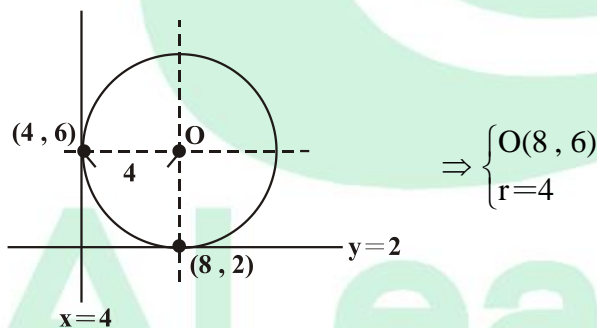
$\therefore m^2 = R^2 + R^2 - 2R \cdot R \cdot \cos 120^\circ = 3R^2 \Rightarrow m = \sqrt{3} R$

$n^2 = R^2 + R^2 - 2 \cdot R \cdot R \cdot \cos 90^\circ = 2R^2 \Rightarrow n = \sqrt{2} R$

$\Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{\sqrt{3} R}{\sqrt{2} R} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$



21. 由 $\begin{cases} O(8,6) \\ r=4 \end{cases} \Rightarrow C: (x-8)^2 + (y-6)^2 = 16$



22. $\therefore \begin{cases} \sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{3} \\ \sin \theta \cdot \cos \theta = \frac{a}{3} \end{cases}$

$\Rightarrow (\sin \theta + \cos \theta)^2 = 1 + 2\sin \theta \cdot \cos \theta = 1 + \frac{2}{3} a = \frac{1}{9}$

$\Rightarrow \frac{2}{3} a = -\frac{8}{9} \Rightarrow a = -\frac{4}{3}$

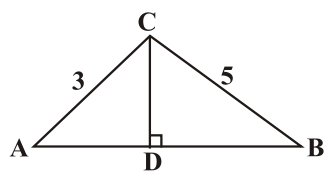
$$23. \because \overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 - 2\overline{AC} \cdot \overline{BC} \cdot \cos 120^\circ$$

$$= 9 + 25 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 49$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = 7$$

$$\text{又} \triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \times \overline{CD} = \frac{1}{2} \overline{AC} \times \overline{BC} \times \sin 120^\circ$$

$$\Rightarrow 7 \times \overline{CD} = 3 \times 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \overline{CD} = \frac{15\sqrt{3}}{14}$$



24. 甲丙乙 丁戊己



$$\Rightarrow 4! \times 2! = 48$$

25. $n(S) = C_3^9 = 84$

$$n(A) = (\text{三數和為奇數})$$

$$= (1 \text{ 奇 } 2 \text{ 偶}) \text{ 或 } (3 \text{ 奇})$$

$$= (C_1^5 \times C_2^4) + C_3^5$$

$$= 30 + 10 = 40$$

$$\therefore P(A) = \frac{40}{84} = \frac{10}{21}$$

ALeader