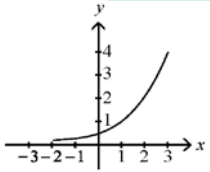
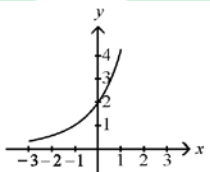
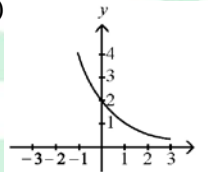
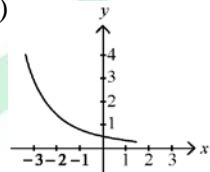
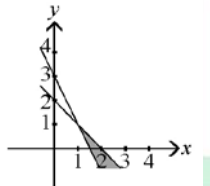
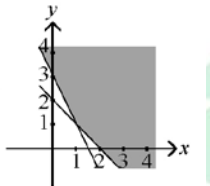
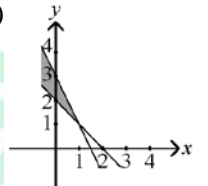
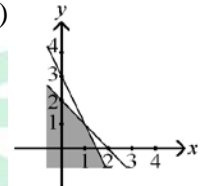
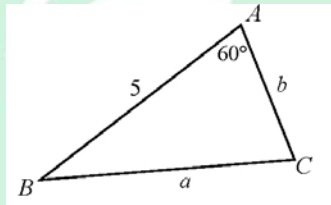


103 學年度四技二專統一入學測驗數學 (A) 試題

- 設圓之半徑為 6，則以 40° 為圓心角的扇形面積為何？
 (A) π (B) 2π (C) 4π (D) 8π 。
- 若兩向量 $\vec{a} = (1, 3)$ 、 $\vec{b} = (2, 2 - \frac{x}{3})$ 互相垂直，則 $x = ?$
 (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8。
- 設一圓的圓心坐標為 $(1, 5)$ ，且此圓之一直徑兩端點坐標分別為 $(x, 3)$ 、 $(4, y)$ ，則 $x + y = ?$
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6。
- 設 θ 為第三象限角。若 $\sin \theta \cos \theta = \frac{5}{8}$ ，則 $\sin \theta + \cos \theta = ?$
 (A) $-\frac{3}{2}$ (B) $-\frac{3}{4}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{3}{2}$ 。
- 設一元二次方程式 $2x^2 + 6x + k = 0$ 的二根差為 1，則 $k = ?$
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。
- 若 $2x^4 + 5x^3 - 3x^2 + 5x - 3$ 除以 $x^2 + 3x - 2$ 的餘式為 $ax + b$ ，則 $a + b = ?$
 (A) -14 (B) -4 (C) 4 (D) 14。
- 下列何者與 $y = \frac{1}{2^{-x+1}}$ 的圖形最相近？
 (A)  (B)  (C)  (D) 
- 下列何者陰影區域為聯立不等式 $\begin{cases} x + y \geq 2 \\ 2x + y \leq 3 \end{cases}$ 之圖解？
 (A)  (B)  (C)  (D) 
- 設袋中共有 50 元硬幣 4 枚、10 元硬幣 5 枚、5 元硬幣 6 枚，某人由袋中任取硬幣一枚。若每枚硬幣被取出的機率均等，且其取得硬幣金額的期望值為 m 元，則下列何者正確？
 (A) $18 \leq m < 19$ (B) $19 \leq m < 20$ (C) $20 \leq m < 21$ (D) $21 \leq m < 22$ 。

19. 自一副有 52 張牌之撲克牌(有黑桃、紅心、方塊、梅花四種花色，每種花色各有點數 2 至 10 點及 J、Q、K、A 共 13 張牌)中同時抽取 2 張。若每張牌被抽取的機會均相等，則抽到一張黑桃及一張紅心，且二張牌均為點數 2 至 10 點的機率為何？
- (A) $\frac{81}{2704}$ (B) $\frac{27}{442}$ (C) $\frac{81}{169}$ (D) $\frac{9}{13}$ 。
20. 求 $(\log_2 27 - \log_4 9)(\log_3 16 - \log_{\frac{1}{3}} 2) = ?$
- (A)8 (B)10 (C)12 (D)15。
21. 從 5 位醫生、3 位護士中，任選 5 人組成一個醫療團隊。若團隊中至少有 2 位護士，則共有幾種組合的方式？
- (A)40 (B)55 (C)80 (D)100。
22. 已知 $f(x) = 103x^3 + ax^2 + bx$ 除以 $x^2 - 1$ 的餘式為 $3x + 4$ 。若 $f(x)$ 除以 $x(x^2 - 1)$ 的餘式為 $cx^2 + dx + e$ ，則 $c = ?$
- (A)3 (B)4 (C)103 (D)104。
23. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ， $\overline{AB} = 5$ ， $a + b = 7$ ，如圖(二)，則 $a = ?$
- (A) $\frac{8}{3}$ (B)3 (C)4 (D) $\frac{13}{3}$ 。



圖(二)

24. 設 P 為圓 $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$ 的圓心。若自圓外一點 $Q(5, 6)$ 向此圓作一條切線，切點為 R ，則 $\triangle PQR$ 的面積為何？
- (A) $\sqrt{21}$ (B) $2\sqrt{21}$ (C) $4\sqrt{6}$ (D) $8\sqrt{6}$ 。
25. 設 $0 \leq x \leq 2\pi$ ，求函數 $f(x) = \cos^2 x - 2\sin x + 5$ 的最小值為何？
- (A)1 (B)2 (C)3 (D)4。

【解答】

- 1.(C) 2.(D) 3.(C) 4.(送分) 5.(D) 6.(B) 7.(A) 8.(C) 9.(A) 10.(B)
 11.(B) 12.(D) 13.(B) 14.(C) 15.(A) 16.(D) 17.(D) 18.(A) 19.(B) 20.(B)
 21.(A) 22.(B) 23.(D) 24.(C) 25.(C)

103 學年度四技二專統一入學測驗

數學 (A) 試題詳解

- 1.(C) 2.(D) 3.(C) 4.(送分) 5.(D) 6.(B) 7.(A) 8.(C) 9.(A) 10.(B)
 11.(B) 12.(D) 13.(B) 14.(C) 15.(A) 16.(D) 17.(D) 18.(A) 19.(B) 20.(B)
 21.(A) 22.(B) 23.(D) 24.(C) 25.(C)

1. $180^\circ = \pi \rightarrow 40^\circ = \frac{4}{18} \pi = \frac{2}{9} \pi$

扇形面積 = $\frac{1}{2} r^2 \theta = \frac{1}{2} \times 6^2 \times \frac{2}{9} \pi = 4\pi$

2. $\vec{a} \perp \vec{b} \rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \rightarrow 1 \times 2 + 3(2 - \frac{x}{3}) = 0 \rightarrow 8 - x = 0 \rightarrow x = 8$

3. $(x, 3) \overset{(1, 5)}{\circlearrowleft} (4, y) \quad (1, 5) = (\frac{x+4}{2}, \frac{3+y}{2}) \rightarrow x = -2, y = 7 \rightarrow x + y = 5$

4. $\theta \in \text{III} \rightarrow \begin{cases} \sin \theta < 0 \\ \cos \theta < 0 \end{cases}$

$(\sin \theta + \cos \theta)^2 = \sin^2 \theta + 2\sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta = 1 + 2 \times \frac{5}{8} = \frac{9}{4}$

$\rightarrow \sin \theta + \cos \theta = -\frac{3}{2}$

5. 設二根 $\alpha, \alpha + 1$

$\alpha + (\alpha + 1) = -\frac{6}{2} \quad 2\alpha + 1 = -3 \rightarrow \alpha = -2$

$\alpha(\alpha + 1) = \frac{k}{2} \quad (-2)(-1) = \frac{k}{2} \rightarrow k = 4$

6. $1 + 3 - 2 \sqrt{\frac{2-1+4}{2+5-3+5-3}} \quad \begin{array}{l} ax + b = -9x + 5 \\ a + b = -9 + 5 = -4 \end{array}$

$$\begin{array}{r} 2-1+4 \\ \hline 2+5-3+5-3 \\ \hline 2+6-4 \\ \hline -1+1+5 \\ \hline -1-3+2 \\ \hline 4+3-3 \\ \hline 4+12-8 \\ \hline -9+5 \end{array}$$

$$7. y = \frac{1}{2^{-x+1}} = \frac{1}{2^{-x} \cdot 2} = \frac{1}{2} 2^x \rightarrow x=0 \text{ 時 } y = \frac{1}{2}$$

$$8. \left. \begin{array}{l} x+y \geq 2 \quad \begin{array}{c|c|c} x & 2 & 0 \\ y & 0 & 2 \end{array} \quad \text{線之右} \\ 2x+y \leq 3 \quad \begin{array}{c|c|c} x & \frac{3}{2} & 0 \\ y & 0 & 2 \end{array} \quad \text{線之左} \end{array} \right\} \rightarrow (C)$$

$$9. \Sigma \text{ 機率} \times \text{報酬} \rightarrow \frac{4}{15} \times 50 + \frac{5}{15} \times 10 + \frac{6}{15} \times 5 = \frac{280}{15} \doteq 18.6$$

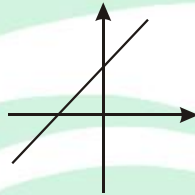
(共 4+5+6=15 枚)

$$10. \bar{x} - S = 60 - 10 = 50 \rightarrow \left(\frac{100-68}{2}\right)\% = 16\% \rightarrow 1125 \times \frac{16}{100} = 180 \text{ 人}$$

11. 過一、二、三象限表 x 截距為負

y 截距為正

$$ax + by + c = 0 \quad \begin{array}{c|c|c} x & -\frac{c}{a} & 0 \\ y & 0 & -\frac{c}{b} \end{array}$$



$$-\frac{c}{a} < 0 \rightarrow ac > 0, \quad -\frac{c}{b} > 0 \rightarrow bc < 0$$

$$\text{由 } \begin{cases} ac > 0 \\ bc < 0 \end{cases} \rightarrow ab < 0 \rightarrow (ab, ac) \text{ 為 } (-, +) \rightarrow (B)$$

$$12. \sin 480^\circ = \sin 120^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 300^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan 225^\circ = \tan 45^\circ = 1$$

$$\text{原式} = \sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \frac{1}{2} + 1 = 3$$

13. 與 $\vec{b} = (-5, 12)$ 反向，取 $(5, -12)$ 但 $\sqrt{5^2 + (-12)^2} = 13$

$|\vec{a}|$ 長 52 為 13 的 4 倍

$$\rightarrow \vec{a} = 4(5, -12) = (20, -48) = (x, y) \rightarrow x + y = -28$$

14. > 2000 者，千位數取 2, 3, 4，但數字不重覆 $\begin{matrix} \text{千} & \text{百} & \text{十} & \text{個} \\ 3 & \times & 3 & \times & 2 & \times & 1 = 18 \text{ 個} \end{matrix}$

$$15. \frac{75+65+58+80+72}{5} = 70 \rightarrow 70 \times \frac{4}{5} + 9 = 56 + 9 = 65$$

16. (A)反例： $1 > -3 \rightarrow |1| > |-3|$ ；(B)反例 $\begin{matrix} 1 > -3 \\ -2 > -4 \end{matrix} \rightarrow 1 \times (-2) > (-3) \times (-4)$ ；

(C)反例： $2 > -3 \rightarrow \frac{1}{2} < \frac{1}{-3}$ ；(D)正確 \rightarrow D。

17. $|x| + |y| = 1 \rightarrow \begin{matrix} x & | & \pm 1 & | & 0 \\ y & | & 0 & | & \pm 1 \end{matrix}$

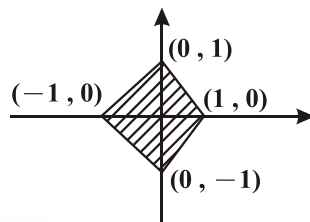
$f(x, y) = 2x - 3y$

$f(1, 0) = 2$

$f(0, 1) = -3$

$f(-1, 0) = -2$

$f(0, -1) = 3$ ，Max \rightarrow (D)



18. $-5, a, b, c, d, e, 19 \rightarrow a_7 = 19 = a_1 + 6d \rightarrow 19 = -5 + 6d \rightarrow d = 4$

$a = -1, b = 3, c = 7, d = 11, e = 15 \rightarrow a + b + c + d + e = 35$

19. 2至10點的黑桃紅心各9張牌 $\frac{C_1^9 C_1^9}{C_2^{52}} = \frac{9 \times 9}{\frac{52 \times 51}{2}} = \frac{9 \times 3}{26 \times 17} = \frac{27}{442} \rightarrow$ 選(B)

20. 原式 $= (\log_2 3^3 - \log_2 3)(\log_3 2^4 + \log_3 2) = (2 \log_2 3)(5 \log_3 2) = 10$

21. 3生 2士 2生 3士

$C_3^5 C_2^3 + C_2^5 C_3^3 = 10 \times 3 + 10 \times 1 = 40$

22. 除以 $x^2 - 1 \rightarrow$ 令 $x^2 - 1 = 0$

$x^2 = 1$ 代入 $103(x^2)x + a(x^2) + bx = 103x + a + bx = (103 + b)x + a = 3x + 4$

$\rightarrow \begin{cases} 103 + b = 3 \rightarrow b = -100 \\ a = 4 \end{cases}$

$f(x) = 103x^3 + 4x^2 + 100x \div x(x^2 - 1)$
 \downarrow
 $x^3 - x$

$$\begin{array}{r} 103 \\ 1+0-1+0 \overline{) 103+4-100+0} \\ \underline{103+0-103+0} \end{array}$$

$\begin{matrix} 4+ & 3+0 \\ \swarrow & \downarrow \\ c=4 & b=3 & d=0 \end{matrix}$

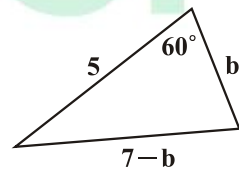
\rightarrow 選(B)

23. $a + b = 7 \rightarrow a = 7 - b$

依餘弦定理 $(7 - b)^2 = 5^2 + b^2 - 2 \times 5 \times b \cos 60^\circ$

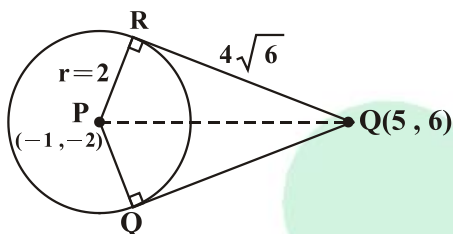
$49 - 14b + b^2 = 25 + b^2 - 10b \times \frac{1}{2} \rightarrow 49 - 14b = 25 - 5b$

$\rightarrow -9b = -24 \rightarrow b = \frac{8}{3}, a = 7 - \frac{8}{3} = \frac{13}{3} \rightarrow$ 選(D)



24. 切線段長 = $\sqrt{(5+1)^2 + (6+2)^2 - 4} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$

$$\triangle PQR = \frac{4\sqrt{6} \times 2}{2} = 4\sqrt{6}$$



25. $f(x) = \cos^2 x - 2\sin x + 5 = (1 - \sin^2 x) - 2\sin x + 5 = -(\sin^2 x + 2\sin x) + 6$
 $= -(\sin x + 1)^2 + 7$, 又 $-1 \leq \sin x \leq 1$
 $\rightarrow \sin x = 1$ 有最小值 $-(1+1)^2 + 7 = 3$

ALeader