

# 101 學年度四技二專統一入學測驗

## 數學(B) 試題

1. 假設  $x^4 - 4x^3 + 2x^2 + ax + b$  可以被  $x^2 - x - 2$  整除，則下列有關  $a$ 、 $b$  之敘述何者正確？  
(A)  $a = 15$                       (B)  $b > 0$                       (C)  $a + b = -7$                       (D)  $a - 2b = 9$ 。
2. 已知  $3^x = 2$ ，則  $27^{-x}$  之值為何？  
(A)  $\frac{1}{2}$                       (B)  $\frac{1}{4}$                       (C)  $\frac{1}{8}$                       (D)  $\frac{1}{16}$ 。
3. 求無窮級數  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1}$  之和。  
(A)  $-\frac{1}{2}$                       (B)  $-\frac{1}{3}$                       (C)  $\frac{1}{3}$                       (D)  $\frac{1}{6}$ 。
4. 已知  $\bar{a} = (3+x, 4)$ 、 $\bar{b} = (4, -3)$ 、 $\bar{c} = (3, 1-2y)$ ，且  $\bar{a} + 2\bar{b} - 3\bar{c} = (3, 1)$ ，則  $3x + 2y$  之值為何？  
(A) 5                      (B) 2                      (C) 1                      (D) 0。
5. 已知圓的面積為  $9\pi$ ，圓的方程式為  $2x^2 + 2y^2 - 4x + 4y + k = 0$ ，則  $k$  之值為何？  
(A)  $-7$                       (B)  $-14$                       (C)  $-21$                       (D)  $-28$ 。
6. 設有下列樣本資料：1, 2, 3, 4, 5, 6, 7，則此樣本標準差為何？  
(A)  $\frac{14}{3}$                       (B)  $\frac{\sqrt{14}}{3}$                       (C)  $\frac{\sqrt{42}}{3}$                       (D)  $\frac{\sqrt{50}}{3}$ 。
7. 將 mhchcm 這些英文字母任意排列，問共有幾種不同的排列方法？  
(A) 90                      (B) 60                      (C) 45                      (D) 30。
8. 若直線  $L: x - y = 1$  與圓  $C: x^2 + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0$  交於 A、B 兩點，則線段  $\overline{AB}$  之長為何？  
(A)  $\sqrt{2}$                       (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       (C)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$                       (D)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ 。
9. 已知直線  $L_1, L_2$  方程式分別為  $L_1: 4x + (m-1)y = 15$ ， $L_2: (2m+3)x + 6y = 7$ ，且  $L_1$  垂直  $L_2$ ，則  $m$  之值為何？  
(A)  $-\frac{13}{7}$                       (B)  $-\frac{7}{6}$                       (C)  $-\frac{3}{7}$                       (D)  $-\frac{3}{8}$ 。
10. 求  $\log_{0.1} \sqrt{1000} - \log_9 \sqrt{27}$  之值。  
(A)  $\frac{9}{2}$                       (B)  $\frac{3}{4}$                       (C)  $-\frac{3}{4}$                       (D)  $-\frac{9}{4}$ 。

11. 已知紙箱中有紅球 2 顆、黑球 3 顆，每顆球被抽出的機會均等。現將一次抽取二球稱為一次抽獎，若抽出的二球中恰有一紅球，則可得 10 元；若抽出的二球中有二紅球，則可得 60 元；若抽出的二球中無紅球，則可得 20 元，則一次抽獎的期望值為何？  
 (A)30                      (B)19.2                      (C)18                      (D)15。
12. 已知點 Q 為二元一次聯立不等式  $\begin{cases} 2x+3y+6 \geq 0 \\ 5x-4y+20 < 0 \end{cases}$  圖形上的一點，則 Q 之坐標可能為下列何者？  
 (A)(-5, 0)                      (B)(-2, 0)                      (C)(0, 5)                      (D)(0, 6)。
13. 已知  $\Delta = \begin{vmatrix} 1-x & 2 & 3 \\ 1 & 2-x & 3 \\ 1 & 2 & 3-x \end{vmatrix}$ ，則  $\Delta$  與下列哪一式不恆等？  
 (A)  $\begin{vmatrix} 6-x & 2 & 3 \\ 6-x & 2-x & 3 \\ 6-x & 2 & 3-x \end{vmatrix}$                       (B)  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2-x & 3 \\ 1 & 2 & 3-x \end{vmatrix}$   
 (C)  $(6-x) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -x & 0 \\ 0 & 0 & -x \end{vmatrix}$                       (D)  $x^2(6-x)$ 。
14. 已知數列  $a_k = 3k - 4$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots, 100$ ，則下列敘述何者正確？  
 (A) 此數列為等差數列，公差為 -4                      (B) 95 為此數列的第 34 項  
 (C)  $\sum_{k=1}^{100} (3k-4) = 3 \sum_{k=1}^{100} k - 4$                       (D)  $a_3 + a_5 + a_7 + a_9 + a_{11} = 85$ 。
15. 已知  $\triangle ABC$  中  $\overline{AC} = 6$ ,  $\overline{BC} = 2\sqrt{3}$ ,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\angle B > 90^\circ$ ，則  $\triangle ABC$  之面積為何？  
 (A)  $2\sqrt{3}$                       (B)  $3\sqrt{3}$                       (C)  $4\sqrt{3}$                       (D)  $6\sqrt{3}$ 。
16. 下列何者正確？  
 (A)  $\sin 240^\circ = \cos 30^\circ$                       (B)  $\cos(-330^\circ) = -\cos 30^\circ$   
 (C)  $\sec 225^\circ = \csc 45^\circ$                       (D)  $\tan 135^\circ = -\cot 45^\circ$ 。
17. 設直角坐標平面上四點  $A(-2, 1)$ ,  $B(b_1, b_2)$ ,  $C(c_1, c_2)$ ,  $D(4, 3)$  在同一直線上，依序為 A、B、C、D，且 B、C 兩點將線段  $\overline{AD}$  三等份，則點 C 之坐標  $(c_1, c_2)$  為何？  
 (A)  $(2, \frac{7}{3})$                       (B)  $(\frac{2}{3}, \frac{4}{3})$                       (C)  $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$                       (D)  $(0, \frac{5}{3})$ 。

18. 直線  $L_1: 2x - y - 1 = 0$ ,  $L_2: x + 3y - 4 = 0$ ,  $L_3: x + ay + 3 = 0$ , 若  $L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$  三直線相交於一點, 則  $a$  之值為何?  
 (A) -4 (B) -2 (C) 2 (D) 4。
19. 已知  $\theta$  為一銳角, 且  $\tan \theta = \frac{7}{19}$ , 則  $(\frac{1 + \sin \theta}{1 + \cos \theta}) \cdot (\frac{1 + \sec \theta}{1 + \csc \theta})$  之值為何?  
 (A)  $\frac{25}{17}$  (B)  $\frac{7}{19}$  (C)  $\frac{19}{267}$  (D)  $\frac{277}{319}$ 。
20. 有關方程式  $x(x^2 - 5x + 6) = 4x$  的解, 下列敘述何者正確?  
 (A) 只有二實數解 (B) 所有解的乘積為 2  
 (C) 沒有負實數解 (D) 所有解的和為 9。
21. 已知三角形  $\triangle_1$  的三邊長分別為 8、7、5, 面積為  $x$ ; 三角形  $\triangle_2$  的三邊長分別為 8、6、6, 面積為  $y$ ; 三角形  $\triangle_3$  的三邊長分別為 9、7、4, 面積為  $z$ , 則下列何者正確?  
 (A)  $y < z$  (B)  $x < z$   
 (C)  $x < y$  (D)  $x + y + z = \sqrt{800}$ 。
22. 已知  $\sin \theta = \sin \phi = \frac{1}{3}$ , 且  $0 < \theta < x < \frac{\pi}{2} < \phi < y < \pi$ , 令  $a = \sin x - \frac{1}{3}$ ,  $b = \sin y - \frac{1}{3}$ , 則下列何者正確?  
 (A)  $a > 0, b > 0$  (B)  $a > 0, b < 0$  (C)  $a < 0, b > 0$  (D)  $a < 0, b < 0$ 。
23. 已知函數  $f(x) = a(x+1)^2 - 2$  的圖形不會經過第四象限, 則  $a$  之值可能為下列哪一數?  
 (A) -1 (B) 0.4 (C) 1.8 (D) 3.2。
24. 已知向量  $\vec{u}$  的長度為 2, 向量  $\vec{v}$  的長度為 5, 且  $\vec{u}$ 、 $\vec{v}$  兩向量夾角為  $\frac{2\pi}{3}$ , 則向量  $3\vec{u} + \vec{v}$  的長度為何?  
 (A)  $\sqrt{11}$  (B)  $\sqrt{31}$  (C)  $\sqrt{30}$  (D)  $\sqrt{21}$ 。
25. 已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  為整數, 若  $(\frac{2}{3x} + \frac{3}{4y^2})^8$  展開式中,  $x^{-2}y^{-12}$  項的係數為  $2^a 3^b 5^c 7^d$ , 則  $a - b - c + d$  之值為何?  
 (A) -11 (B) -5 (C) 1 (D) 10。

【解答】

- 1.(D) 2.(C) 3.(D) 4.(A) 5.(B) 6.(C) 7.(A) 8.(A) 9.(C) 10.(D)  
 11.(C) 12.(D) 13.(B) 14.(D) 15.(B) 16.(D) 17.(A) 18.(A) 19.(B) 20.(C)  
 21.(C) 22.(B) 23.(D) 24.(B) 25.(A)

# 101 學年度四技二專統一入學測驗

## 數學(B) 試題詳解

- 1.(D) 2.(C) 3.(D) 4.(A) 5.(B) 6.(C) 7.(A) 8.(A) 9.(C) 10.(D)  
 11.(C) 12.(D) 13.(B) 14.(D) 15.(B) 16.(D) 17.(A) 18.(A) 19.(B) 20.(C)  
 21.(C) 22.(B) 23.(D) 24.(B) 25.(A)

$$1. \quad \begin{array}{r} 1-3+1 \\ 1-1-2 \overline{) 1-4+2+a+b} \\ \underline{1-1-2} \\ -3+4+a \\ \underline{-3+3+6} \\ 1+(a-6)+b \\ \underline{1-1 \quad -2} \\ (a-5)+(b+2) \end{array}$$

$$a-5=0, a=5$$

$$b+2=0, b=-2$$

$$a-2b=9$$

$$2. \quad 3^x=2, 27^{-x}=\frac{1}{(3^x)^3}=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8}$$

$$3. \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1} = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \dots = \frac{\frac{1}{4}}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$$

$$4. \quad \bar{a} + 2\bar{b} - 3\bar{c} = (3+x, 4) + 2(4, -3) - 3(3, 1-2y) = (3+x+8-9, 4-6-3+6y) \\ = (x+2, 6y-5) = (3, 1) \Rightarrow \begin{cases} x+2=3 \Rightarrow x=1 \\ 6y-5=1 \Rightarrow y=1 \end{cases} \quad 3x+2y=5$$

$$5. \quad x^2+y^2-2x+2y+\frac{k}{2}=0 \quad (x-1)^2+(y+1)^2=2-\frac{k}{2}=r^2 \\ \Rightarrow \pi r^2 = \pi \left(2-\frac{k}{2}\right) = 9\pi \quad \Rightarrow 2-\frac{k}{2}=9 \quad \Rightarrow \frac{k}{2}=-7 \quad \Rightarrow k=-14$$

$$6. \quad \bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7}{7} = 4 \quad x_i - \bar{x} : -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$$

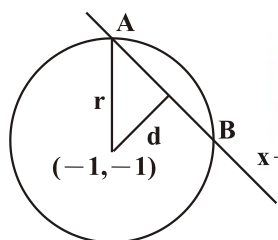
$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{(-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2}{6}} \\ = \sqrt{\frac{28}{6}} = \sqrt{\frac{14}{3}} = \frac{\sqrt{42}}{3}$$

$$7. \text{m.m.c.c.h.h} \Rightarrow \frac{6!}{2!2!2!} = \frac{720}{8} = 90$$

$$8. C: (x+1)^2 + (y+1)^2 = 1$$

圓心 $(-1, -1)$ ,  $r=1$

$$\overline{AB} = 2\sqrt{r^2 - d^2} = 2\sqrt{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$



$$d = \frac{|-1+1-1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$9. m_1 = -\frac{4}{m-1}, m_2 = -\frac{2m+3}{6} \quad L_1 \perp L_2 \Rightarrow m_1 m_2 = -1$$

$$\left(-\frac{4}{m-1}\right)\left(-\frac{2m+3}{6}\right) = -1 \Rightarrow \frac{8m+12}{6m-6} = -1 \Rightarrow 8m+12 = -6m+6$$

$$\Rightarrow 14m = -6, m = -\frac{3}{7}$$

$$10. \text{原式} = \log_{10^{-1}} 10^{\frac{3}{2}} - \log_{3^{\frac{3}{2}}} 3^{\frac{3}{2}} = -\frac{3}{2} \log_{10} 10 - \frac{\frac{3}{2}}{2} \log_3 3 = -\frac{3}{2} - \frac{3}{4} = -\frac{9}{4}$$

$$11. \frac{C_1^2 C_1^3}{C_2^5} \times 10 + \frac{C_2^2}{C_2^5} \times 60 + \frac{C_2^3}{C_2^5} \times 20 = \frac{6}{10} \times 10 + \frac{1}{10} \times 60 + \frac{3}{10} \times 20 = 6 + 6 + 6 = 18 \text{ 元}$$

$$12. (A)(B)(C) \text{ 代入皆不合, (D)(0, 6) 代入 } \begin{cases} 0+18+6 \geq 0 \\ 0-24+20 < 0 \end{cases} \text{ 合}$$

$$13. \Delta = \begin{vmatrix} 1-x & 2 & 3 \\ 1 & 2-x & 3 \\ 1 & 2 & 3-x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6-x & 2 & 3 \\ 6-x & 2-x & 3 \\ 6-x & 2 & 3-x \end{vmatrix} = (6-x) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2-x & 3 \\ 1 & 2 & 3-x \end{vmatrix} \\ = (6-x) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -x & 0 \\ 0 & 0 & -x \end{vmatrix} = A \neq B = C = (6-x) \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} -x & 0 \\ 0 & -x \end{vmatrix} = (6-x)x^2 = D$$

$$14. a_k = 3k - 4, a_1 = -1, a_2 = 2, a_3 = 5, \dots, a_5 = 11, \dots, a_7 = 17, \dots, a_9 = 23, \dots, a_{11} = 29$$

$$(A) \text{ 公差} = 3, (B) a_{34} = 102 - 4 = 98, (D) a_3 + a_5 + a_7 + a_9 + a_{11} = 5 + 11 + 17 + 23 + 29$$

$$= 85, (C) \sum_{k=1}^{100} (3k-4) = 3 \sum_{k=1}^{100} k - \sum_{k=1}^{100} 4$$

15.  $\overline{AC} = b = 6, \overline{BC} = a = 2\sqrt{3}$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{\sin 30^\circ} = \frac{6}{\sin B} \Rightarrow 2\sqrt{3} \sin B = 6 \times \frac{1}{2} \Rightarrow \sin B = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \angle B = 120^\circ (\because \angle B > 90^\circ), \angle C = 180^\circ - 120^\circ - 30^\circ = 30^\circ$$

$$\text{面積} = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 6 \times \sin 30^\circ = 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 3\sqrt{3}$$

16. (A)  $\sin 240^\circ = -\sin 60^\circ \neq \cos 30^\circ$ ; (B)  $\cos(-330^\circ) = \cos 30^\circ \neq -\cos 30^\circ$ ; (C)  $\sec 225^\circ = -\sec 45^\circ \neq \csc 45^\circ$ ; (D)  $\tan 135^\circ = -\tan 45^\circ = -\cot 45^\circ$

17.  $(-2, 1)$   $(4, 3)$



$$\Rightarrow C\left(\frac{1(-2)+2 \times 4}{2+1}, \frac{1 \times 1+2 \times 3}{2+1}\right) = \left(\frac{6}{3}, \frac{7}{3}\right) = \left(2, \frac{7}{3}\right)$$

18.  $\begin{cases} L_1: 2x - y - 1 = 0 \\ L_2: x + 3y - 4 = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{聯立}} \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}, (1, 1) \text{ 代入 } L_3 \Rightarrow 1 + a + 3 = 0 \Rightarrow a = -4$

19. 原式 =  $\frac{1 + \sin \theta}{1 + \cos \theta} \times \frac{1 + \frac{1}{\cos \theta}}{1 + \frac{1}{\sin \theta}} = \frac{1 + \sin \theta}{1 + \cos \theta} \times \frac{\frac{\cos \theta + 1}{\cos \theta}}{\frac{\sin \theta + 1}{\sin \theta}} = \frac{1}{\cos \theta} \times \frac{\sin \theta}{1} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$   
 $= \tan \theta = \frac{7}{19}$

20.  $x(x^2 - 5x + 6) = 4x \Rightarrow x^3 - 5x^2 + 6x - 4x = 0 \Rightarrow x^3 - 5x^2 + 2x = 0$   
 $\Rightarrow x(x^2 - 5x + 2) = 0, x = 0, \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2} \Rightarrow \text{沒有負實數解}$

21.  $\triangle_1 \rightarrow S = \frac{8+7+5}{2} = 10 \quad x = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)} = \sqrt{10 \times 2 \times 3 \times 5} = \sqrt{300}$

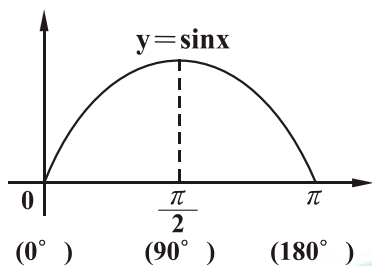
$$\triangle_2 \rightarrow S = \frac{8+6+6}{2} = 10 \quad y = \sqrt{10 \times 2 \times 4 \times 4} = \sqrt{320}$$

$$\triangle_3 \rightarrow S = \frac{9+7+4}{2} = 10 \quad z = \sqrt{10 \times 1 \times 3 \times 6} = \sqrt{180}$$

(A)  $y > z$ ; (B)  $x > z$ ; (C)  $x < y$ ; (D)  $x + y + z \neq \sqrt{800}$



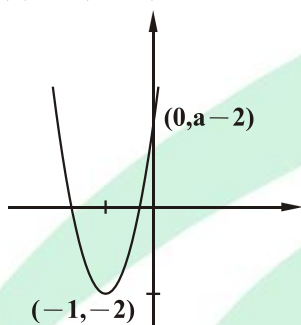
22.



$$0 \rightarrow 90^\circ \quad \because \sin x \text{ 遞增} \rightarrow \sin x (x > \theta) > \sin \theta \rightarrow a = \sin x - \frac{1}{3} > 0$$

$$90^\circ \rightarrow 180^\circ \quad \because \sin x \text{ 遞減} \rightarrow \sin \phi (\phi < y) > \sin y \rightarrow b = \sin y - \frac{1}{3} < 0$$

23.  $f(x) = a(x+1)^2 - 2$

不經第四象限  $\rightarrow$  開口向上

$$(0,0) \text{ 代入 } y = a - 2, a - 2 > 0 \rightarrow a > 2$$

24.  $|\vec{u}| = 2, |\vec{v}| = 5$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| |\vec{v}| \cos \frac{2\pi}{3} = 2 \times 5 \cos 120^\circ = 10(-\cos 60^\circ) = 10\left(-\frac{1}{2}\right) = -5$$

$$|3\vec{u} + \vec{v}|^2 = 9|\vec{u}|^2 + 6\vec{u} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2 = 9 \times 2^2 + 6 \times (-5) + 5^2 = 36 - 30 + 25 = 31$$

$$\rightarrow |3\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{31}$$

25.  $\left(\frac{2}{3x} + \frac{3}{4y^2}\right)^8 = \left(\frac{2}{3}x^{-1} + \frac{3}{4}y^{-2}\right)^8$

$$\rightarrow C_2^8 \left(\frac{2}{3}x^{-1}\right)^2 \left(\frac{3}{4}y^{-2}\right)^6 = \frac{8 \times 7}{1 \times 2} \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{3}{4}\right)^6 \times x^{-2} y^{-12}$$

$$\text{係數} = 4 \times 7 \times \frac{2^2}{3^2} \times \frac{3^6}{4^6} = \frac{2^4 \times 3^6 \times 7}{3^2 \times 2^{12}} = 2^{-8} \times 3^4 \times 5^0 \times 7^1$$

$$\rightarrow a = -8, b = 4, c = 0, d = 1$$

$$a - b - c + d = -8 - 4 - 0 + 1 = -11$$